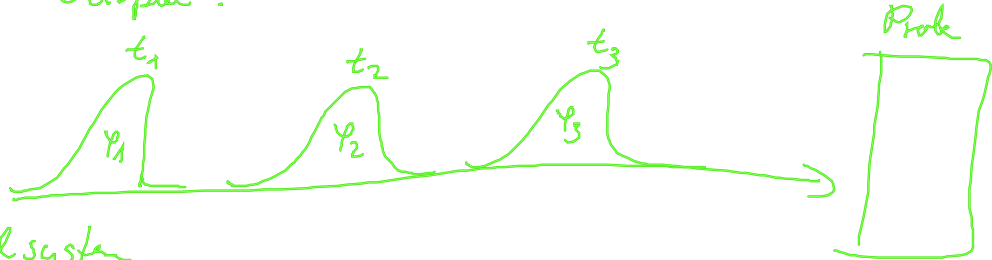


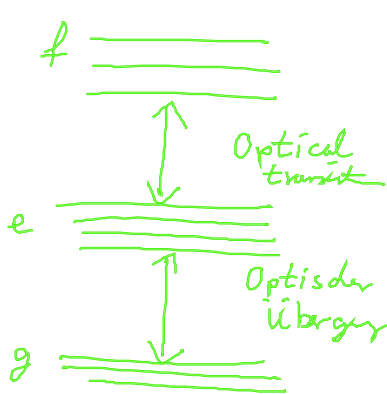
Wiederholung:

Puls konfigurieren für 2D Spektroskopie

Beispiel:



Beispiel system



$$\rho(t) |_{3, \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3} = \frac{i}{\hbar} U_0(t_1, t_3) H_{e-L,-}(t_3) U_0(t_2, t_1) H_{e-L,-}(t_1) U_0(t_1, t_0) \rho_0$$

mit  $\rho_0 = |g\rangle\langle g|$

Fangen wir an mit der Analyse:

(i)  $U_0(t_1, t_0) \rho(t_0) = U_0(t_1, t_0) |g\rangle\langle g| = |g\rangle\langle g|$   
 $H_{e-L,-} |g\rangle\langle g| = 0$

(ii)  $H_{e-L,-}(t_1) U_0(t_1, t_0) \rho(t_0) = H_{e-L,-}(t_1) |g\rangle\langle g|$

$$E_1(t_1) = \left[ \begin{array}{l} \int_{PWS}^{\wedge} E_{PWS}(t_1) e^{i\omega_e t_1} \\ + \int_{PWS}^{\wedge} E_{PWS}(t_1) e^{-i\omega_e t_1} \end{array} \right] = H_{e-L}(t_1) |g\rangle\langle g| - |g\rangle\langle g| H_{e-L}(t_1)$$

$$= \sum_e (\mu_{es} \cdot E(t_1) |e\rangle\langle s| \leftarrow (b) - |s\rangle\langle e| \mu_{se} \cdot E(t) \leftarrow (a))$$

$$\Gamma U_0(t_2, t_1) |s\rangle\langle e| = e^{-\frac{i}{\hbar} (E_s - E_e) (t_2 - t_1)}$$

$(\frac{E_s - E_e}{\hbar} + \omega_e) t_1 \approx 0$  bleibt (RWA!)

$\left( \frac{E_g - E_e}{\hbar} - \omega_e \right) t_1 \approx 2 \omega_e t_1$  schwingt  
: schnell weg!

$$= \sum_e \left( N_{eg} \hat{E}_{p_{eg}}^x(t_1) e^{-i\omega_e t_1 + i\varphi_1} |e\rangle \langle g| - |g\rangle \langle e| N_{ge} \hat{E}_{p_{eg}}^x(t) e^{i\omega_e t_1 - i\varphi_1} \right)$$

(iii)  $U_0(t_2, t_1) H_{e-L,-}(t_1) U_0(t_1, t_0) \rho(t_0) \rho(t_0) |e_1\rangle$

$$= \sum_e N_{eg} \cdot \hat{E}_{p_{eg}}^x(t_1) e^{-i\omega_e t_1 + i\varphi_1} U_0(t_2, t_1) |e\rangle \langle g|$$

$$= \sum_e N_{eg} \hat{E}_{p_{eg}}^x(t_1) e^{-i\omega_e t_1 + i\varphi_1} e^{-\frac{i}{\hbar} (E_e - E_g) (t_2 - t_1)} |e\rangle \langle g|$$

$H_{e-L,-} |e\rangle \langle g| = (E_e - E_g) |e\rangle \langle g|$

(iv) Analogs:

$$U_0(t_3 - t_2) H_{e-L,-}(t_2) U_0(t_2, t_1) H_{e-L,-}(t_1) U_0(t_1, t_0) \rho(t_0) |e_1 + e_2\rangle$$

$$= \dots = \sum_{ef} N_{fe} \cdot \hat{E}_{p_{ef}}^x(t_2) N_{eg} \hat{E}_{p_{eg}}^x(t_1) e^{-i\omega_e (t_2 + t_1) + i\varphi_1 + i\varphi_2} |f\rangle \langle g| e^{-\frac{i}{\hbar} (E_f - E_g) (t_3 - t_2)} e^{-\frac{i}{\hbar} (E_e - E_g) (t_2 - t_1)}$$

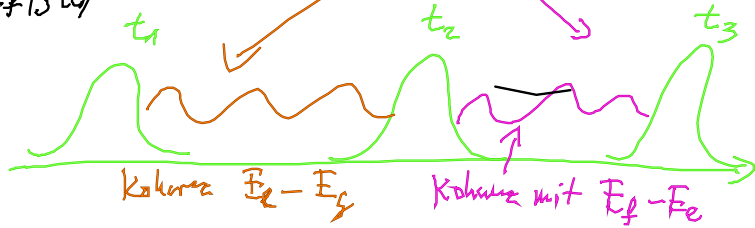
(v) Am Ende sieht es dann (S-Pulse)

$$\rho(t) |_{3, \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3} = \sum_{ef} \left( N_{ef} \hat{E}_{p_{ef}}^x(t_3) e^{i\omega_e t_3 - i\varphi_3} |e\rangle \langle g| e^{-\frac{i}{\hbar} (E_e - E_g) (t - t_3)} \right)$$

$$\begin{aligned}
 & + N_{ge} \cdot \hat{E}_{p00,3}(t_3) e^{i\omega_e t_3 - i\varphi_3} |f\rangle\langle e| e^{-\frac{i}{\hbar}(E_f - E_e)(t - t_3)} \\
 & N_{fe} \cdot \hat{E}_{p00,2}^{\times}(t_2) N_{eg} \cdot \hat{E}_{p00,1}^{\times}(t_1) e^{-i\omega_e(t_2+t_1) + i\varphi_1 + i\varphi_2} \\
 & e^{-\frac{i}{\hbar}(E_e - E_g)(t_3 - t_2)} e^{-\frac{i}{\hbar}(E_e - E_g)(t_2 - t_1)}
 \end{aligned}$$

Bemerkung:

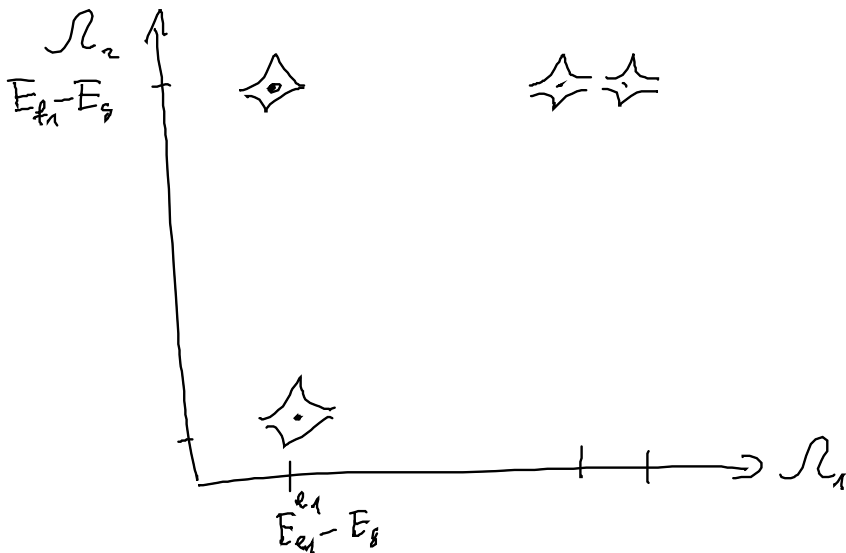
$$\begin{aligned}
 P(t) &= \sum_e N_{ge} \text{tr}(|g\rangle\langle e| \rho(t)) \\
 &+ \sum_{e,f} N_{ef} \text{tr}(|e\rangle\langle f| \rho(t)) \\
 &+ \text{c.c.}
 \end{aligned}$$



Jetzt die Verzögerungszeit variieren,  
und ein Fourier Transform über  $t_2 - t_1$  ( $\Omega_1$ )

und  $t_3 - t_2$  ( $\Omega_2$ ) machen.

Nehmen wir ein Beispielsystem mit ein paar  
dotierten Level.



Peak position of  $\Omega_1$  identifiziert das

Exzitation ( $\oplus \leftrightarrow \ominus$ ) durch  $\Omega_1 = E_e - E_g$

und  $\Omega_2$  das mit Exzitation verbundene Brekzitat.



$$\Omega_2 = E_2 - E_1$$

Ein Biexziton Zustand ist mit mindestens zwei Exzitonen.

Aus 2  $\Omega_1 \neq \Omega_2$  kann man den Biexziton-Schritt ableiten.

### XIII. Photon

Bisher haben wir das optische Feld  $\underline{E}(\underline{r}, t)$  nicht in der Quantisierung miteinbezogen, sondern klassisch behandelt!  
Diese semi-klassische Theorie ist sehr gut für hohe Lichtintensitäten, ihr entgegen aber viele Quantenoptische Prozesse  
z.B.:

- spontane Emission (z.B. für Fluoreszenz)
- superradiant Effekt
- Verschmäkung

#### Ziel dieses Abschnitts

- Quantisierung des elektromagnetischen Feldes
- Elektron-Photon Wechselwirkung
- Anwendung: Fluoreszenz.

### XIII.1 Lagrange und Eichung

Bevor wir das Photonenfeld quantisieren, kurz die Kopplung zum Elektron und Licht in versch. Eichungen zu vergleichen.

fundamentale Eichung, wir

$$H_{el} = \frac{(p - eA)^2}{2m} + \phi(\underline{r})$$

$p \cdot A$  Kopplung Term aus der Eichung

kanonisch Transformations Power-Zienan Wollan

$$H_{el} = \frac{p^2}{2m} + d \cdot \underline{E}(\underline{r}, t) + \dots$$

Pipol.

höherer Ordnung

der Phase der Wellenfunktion  $\text{Trajektorie}$

+ Coulomb  
WW

Bemerkung: 1)  $\phi(\mathbf{r})$  enthält auch die Coulomb Kopplung

2) Beide Formulierungen sind im Prinzip

äquivalent, wenn kein Näherung gemacht wurde!

Aber die Beschreibung auf die Dipolkopplung ist ein Näherung.

3) Näherung haben sie nach Eichung unterschiedliche

Auswirkungen. Je nach Situation (Geometrie, Zustände, theoretische Methode) hat die eine oder andere Form der Kopplung Vorteile!

Meist ist die d.E. Kopplung in Verteilungs-

physik relevant, insbesondere die Störungstheorie

( $[p-eA]$  ist Geschwindigkeit)

Bei räumlich ausgedehnten Systemen ist  $A \cdot p$

meist einfach. Teilweise werden auch Eichungen für

die spezielle Anwendung konstruiert.

4) Hier als Beispiel Anhang der  $A \cdot p$  Kopplung

Ausgangspunkt ist der kleine Lagrange

$$L = \frac{1}{2} \int d^3r \left( \underbrace{\epsilon_0}_{\text{transversaler Teil}} \left( \underbrace{\dot{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) + \nabla \phi(\mathbf{r})}_{\text{longitudinale}} \right)^2 - \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}))^2 \right) + \frac{1}{2} \sum_a m_a \dot{\mathbf{r}}_a^2 + \int d^3r [\bar{\psi}(\mathbf{r}) - \mathbf{A}(\mathbf{r}) - \rho(\mathbf{r}) V(\mathbf{r})]$$

Mit Hilfe der Euler-Lagrange Gl.

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{r})} - \frac{\delta L}{\delta \mathbf{A}(\mathbf{r})} = 0 \quad \frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{\phi}(\mathbf{r})} - \frac{\delta L}{\delta \phi(\mathbf{r})} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{r}}_a} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_a} = 0$$

ergibt sich die Newton'sche Gleichung und

die Gleichung des Potentials

$$\nabla \times \nabla \times \underline{A}(\underline{r}, t) + \mu_0 \epsilon_0 \ddot{\underline{A}}(\underline{r}, t) + \mu_0 \epsilon_0 \nabla \dot{\phi}(\underline{r}, t) = \mu_0 \underline{j}(\underline{r}, t)$$

und

$$-\epsilon_0 [\Delta \phi(\underline{r}, t) + \nabla \cdot \dot{\underline{A}}(\underline{r}, t)] = \rho(\underline{r}, t)$$

+ Newtons Gleichung mit Lorentz Kraft

Zur Vereinfachung wählen wir die Coulomb Eichung

$$\nabla \cdot \underline{A} = 0$$

mit dem Potential  $\phi$ .

$$\Delta \underline{A}(\underline{r}, t) - \frac{1}{c^2} \ddot{\underline{A}}(\underline{r}, t) = -\mu_0 \underline{j}^\perp(\underline{r}, t)$$

↑  
Transversal Strom  
(Helmholtz-Gleichung)

$$-\epsilon_0 \Delta \phi(\underline{r}, t) = \rho(\underline{r}, t)$$

In Coulomb Eichung wird das E-Feld

$$\underline{E}(\underline{r}, t) = \underline{E}^\perp(\underline{r}, t)$$

$$\text{Wobei } \underline{E}^\perp(\underline{r}, t) = -\dot{\underline{A}}(\underline{r}, t) \text{ transversaler Anteil} + \underline{E}^\parallel(\underline{r}, t)$$

$$\underline{E}^\parallel(\underline{r}, t) = -\nabla \phi(\underline{r}, t) \text{ longitudinaler Anteil}$$

$$\text{Mit } \phi(\underline{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' \frac{\rho(\underline{r}', t')}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$

bedeutet das Coulombpotential komplett!

Daher wird nur  $\underline{A}$  quantisiert.

$$L = \frac{1}{2} \int d^3r (\epsilon_0 \dot{\underline{A}}^2(\underline{r}, t) - \mu_0^{-1} (\nabla \times \underline{A}(\underline{r}, t))^2$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_a m_a \dot{\underline{x}}_a^2 - \frac{1}{2} \int d^3r \rho(\underline{r}, t) \phi(\underline{r}, t) + \int d^3r j(\underline{r}, t) \underline{A}(\underline{r}, t)$$

$$\rightarrow = \frac{\epsilon_0}{2} \int d^3r |\nabla \phi(\underline{r}, t)|^2 = \frac{\epsilon_0}{2} \int d^3r |E^\parallel(\underline{r}, t)|^2$$

$$= \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \sum_{a, a'} \frac{q_a q_{a'}}{|\underline{r}_a - \underline{r}_{a'}|}$$

Das skalare Potential wird komplett

durch die Elektronen beschrieben und ist komplett

unabhängig vom Feldvektor.

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{A}(k)} - \frac{\delta L}{\delta A(k)} = 0$$

Wichtig  $\delta$  bedeutet eine modifizierte Funktionalableitung,  
um  $\nabla \cdot \underline{A} = 0$  zu erzwingen

Definiton s. Buch Vorkl., Weidh

Varia in  $L$  variiert sich  $\delta S = 0 \rightarrow \delta S = 0$