

# Theoretische Physik I Mechanik

$$D_i, M_i \quad p^{15} - q^{45}$$

## Einführung

400 Jahre theoretische Physik

Planeten, freier Fall



Higgs Mechanismus

Alltagserfahrung

jenseits Alltagserfahrung

- absoluter Raum } leben -
- absolute Zeit } einander

- Raum / Zeit sind  
voneinander abhängig

- definierte Bahnkurve  
(fix Sternhimmel)

- keine wohl definierte Bahnkurve

- Vorbestimmtheit über  
Differentialgleichungen

- Aussagen haben Wahrscheinlichkeitscharakter



klassische Mechanik (I)  
[ Elektrodynamik (III) ]



Quantenmechanik (II)  
[ statistische Physik (IV) ]

Schwerpunkt : Vielteilchensysteme

## Historische Hinweise

### a) klass. Newtonmechanik

Galilei (1564 - 1642) : Messmethodik, freier Fall, Trägheitsgesetz

Kepler (1571 - 1630) : Planetenbewegung

Newton (1643-1727): Axiome, Gravitationsgesetz (Hooke)

Coulomb (1792-1843): Beschleunigte Bezugssysteme

Lagrange (1736-1813):  
Hamilton (1805-1865): } alternativen Formulierung

## b) Relativität

Galilei: Relativitätsprinzip

Michelson (1852-1931): Michelson Versuch (Lichtgeschwindigkeit = Konstante)

Einstein (1879-1955): speziell + allg. Relativität

Themen:

I) Newton Mechanik, Himmelsmechanik

II) Beschleunigte Bezugssysteme

III) Relativität

IV) Kanonisches Formalismus

V) Vielteilchen Systeme

VI) Dynamische Systeme

I) Newton Formulierung d. Mechanik

0) Einleitung: Newton Grundgleichung (MM, Exp)

$$\frac{d}{dt} \vec{p}(t) = \vec{f}(\vec{r}, t) \quad \text{Zustadigkeit, Input } \vec{p}(t) = \text{eingepreßte Kraft}$$

$$\vec{p}(t) = m(t) \dot{\vec{r}}(t)$$

man muss nötige

Verknüpfung

$\dot{\vec{r}}(t)$ : Geschwindigkeit eines Massenpunkts

$m = m(t)$ : Masse ist i.a. Funktion Zeit, Geschwindigkeit

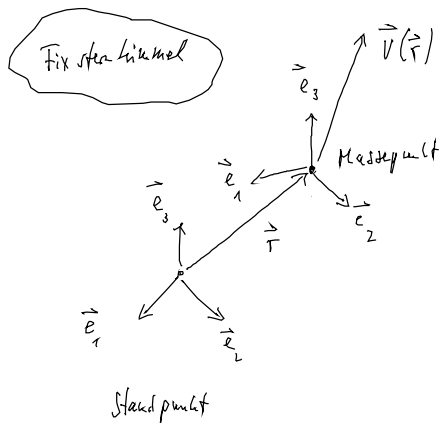
$\ddot{\vec{r}}(t)$ : Beschleunigung eines Massenpunkts

Vorgehen: a) aus Bahnkurve  $\vec{r}(t)$  kann man  $\dot{\vec{r}}, \ddot{\vec{r}}$ : „Kinematik“

b) aus  $\dot{\vec{p}} = \vec{f}$  kann man  $\vec{r}(t)$  bestimmen: „Dynamik“

1. Kinematik: Beschreibung v. Bahnkurven

1.1. Ortsvektoren, Bahnkurven, Vektoren in Koordinatensystemen



3 Begriffe:

a) Ortsvektor: Position MP

$$\vec{r} = \sum_i x_i \vec{e}_i \quad \text{kartesisch}$$

b) allg. Vektorfeld

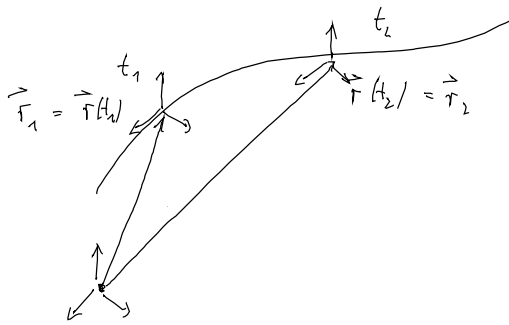
$$\vec{v} = \sum_i v_i \vec{e}_i$$

c) Bahnkurve:

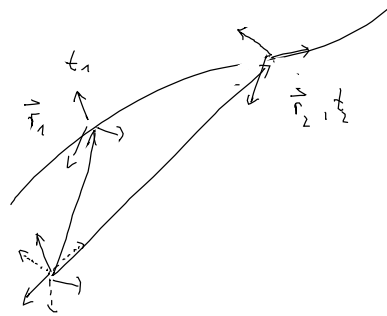
Darstellung mittels lokalen Dreibein  $\{\vec{e}_i\}$ :  $\vec{r}(t) = \sum_i x_i(t) \vec{e}_i$

3 orthonormierte Einheitsvektoren

i.a. ist es mögl. jeweils kartesisches KS und  $\vec{e}_i(t)$  bzw.  $\vec{e}_i(\vec{r})$  zu wählen



Kartesisch Koordinat



Krummlinige Koordinat

Kartesisch System  $(x, y, z)$   
 $(x_1, x_2, x_3)$

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\vec{e}_z$$

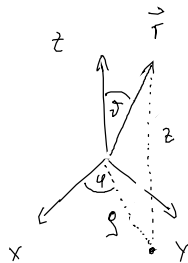


Krummlinige System  $(u, v, w)$   
 $(u_1, u_2, u_3)$

$$\vec{r}(t) = u(t)\vec{e}_u(t) + v(t)\vec{e}_v(t) + w(t)\vec{e}_w(t)$$

$$\vec{e}_i = \frac{\partial \vec{r}}{\partial u_i} / \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial u_i} \right| \quad (HM)$$

Beispiel . Zylinder / Kugelkoordinat



z:  $\vec{r} = (\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z)$

k:  $\vec{r} = (r \sin \vartheta \cos \varphi, r \sin \vartheta \sin \varphi, r \cos \vartheta)$

1.2. Geschwindigkeit und Beschleunigung von Massepunkten

a) Kartesisches System

$$\vec{r}(t) = \sum_i x_i(t) \vec{e}_i$$

$$\dot{\vec{r}}(t) = \sum_i \dot{x}_i(t) \vec{e}_i$$

$$\ddot{\vec{r}}(t) = \sum_i \ddot{x}_i(t) \vec{e}_i$$

Beispiel: Schraubenbewegung



an Beobachtung:

$$\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

$$= R \cos \varphi \vec{e}_x + R \sin \varphi \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

$$\varphi = \varphi(t), R = \text{konst}, z = z(t)$$

$$\dot{\vec{r}} = -R \dot{\varphi} \sin \varphi \vec{e}_x + R \dot{\varphi} \cos \varphi \vec{e}_y + \dot{z} \vec{e}_z$$

Kreisbeweg.  $\dot{z} = 0, z = 0$   $|\dot{\vec{r}}| = R|\dot{\varphi}|$ ,  $\vec{t} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$

Bewg. v.  $\vec{r}$       Richtg. von  $\dot{\vec{r}}$



Beschleunigung analog

b) Zylindrische Koordinaten

$$\vec{r}(t) = \rho(t) \vec{e}_\rho + z(t) \vec{e}_z$$

$$\dot{\vec{r}}(t) = \dot{\rho} \vec{e}_\rho + \rho \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi + \dot{z} \vec{e}_z$$


$$\dot{\vec{r}}(t) \Big|_{\text{geschwindigkeit}} = v_\rho \vec{e}_\rho + v_\varphi \vec{e}_\varphi + v_z \vec{e}_z$$

	x-Komp.	y	z
	↓	↓	↓
$\vec{e}_\rho =$	$(\cos \varphi,$	$\sin \varphi,$	$0)$
$\vec{e}_\varphi =$	$(-\sin \varphi,$	$\cos \varphi,$	$0)$
$\vec{e}_z =$	$(0,$	$0,$	$1)$

↓ Imp:  $\dot{\vec{e}}_\rho = \frac{d}{dt} (\cos \varphi \vec{e}_x + \sin \varphi \vec{e}_y) = -\sin \varphi \dot{\varphi} \vec{e}_x + \cos \varphi \dot{\varphi} \vec{e}_y = \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi$

$$\dot{\vec{r}}(t) = \dot{\rho} \vec{e}_\rho + \rho \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi + \dot{z} \vec{e}_z \rightarrow \vec{v}_{\text{Krit}} = \dot{\vec{r}} \cdot \frac{m}{2} = \dots$$

Kreisbewegung:  $\vec{r}(t) = R \vec{e}_\rho(t)$    $\rho = \text{konstant} = R$

$$\dot{\vec{r}}(t) = R \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi$$


$$\ddot{\vec{r}}(t) = \ddot{\rho} \vec{e}_\rho + \dot{\rho} \dot{\vec{e}}_\rho + \dot{\rho} \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi + \rho \ddot{\varphi} \vec{e}_\varphi + \rho \dot{\varphi} \dot{\vec{e}}_\varphi + \ddot{z} \vec{e}_z$$

und  $\dot{\vec{e}}_\rho = \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi$

und  $\dot{\vec{e}}_\varphi = \frac{d}{dt} (-\sin\varphi, \cos\varphi) = -\dot{\varphi} \vec{e}_\rho$

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{e}_\rho (\ddot{\rho} - \rho \dot{\varphi}^2) + \vec{e}_\varphi (2\dot{\rho} \dot{\varphi} + \rho \ddot{\varphi}) + \vec{e}_z \ddot{z}$$

Kreisbewegung:  $\vec{r} = R \vec{e}_\rho$   $\rho = R = \text{konstant}$

$$\ddot{\vec{r}} = R \ddot{\varphi} \vec{e}_\varphi - R \dot{\varphi}^2 \vec{e}_\rho$$

gleichförmig  $\varphi = \alpha t$   $\alpha = \text{konstant}$

$$\ddot{\vec{r}} = -R \alpha^2 \vec{e}_\rho = -\alpha^2 \vec{r}$$

Differentialgleichung,

aber Achtung Nebenbedingg.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\alpha^2 x \\ \ddot{y} &= -\alpha^2 y \end{aligned} \quad \text{mit NB: } x^2 + y^2 = R^2$$

Nennst. f. Orükkte

Nebenbedingg.

Kugelkoordinaten

$$\vec{r} = r \vec{e}_r$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\vartheta} \vec{e}_\vartheta + r \sin \vartheta \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi$$

$$\ddot{\vec{r}} = \left( \ddot{r} - r \dot{\vartheta}^2 - r \sin^2 \vartheta \dot{\varphi}^2 \right) \vec{e}_r$$

$$\left( \frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\vartheta}) - r \sin \vartheta \cos \vartheta \dot{\varphi}^2 \right) \vec{e}_\vartheta$$

$$\left( \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{d}{dt} (r^2 \sin^2 \vartheta \dot{\varphi}) \right) \vec{e}_\varphi$$

ohne f.w.ö.h.  
(ÜA)