Theoretische Physik I Mechanik

Di, Mi $8^{\underline{15}} - 9^{\underline{45}}$

Einführung

400 Jahre theoretische Physik

Planeten, freier Fall	$\longrightarrow$	Higgsmechanismus
Alltagserfahrg.		jenseits Alltagserfahrung
– absoluter Raum } $\exists$ neben- – absolute Zeit } einander		– Raum/Zeit sind voneinander abhängig
– definierte Bahnkurve (Fixsternhimmel)		– Keine wohldefinierte Bahnkurve
– Vorbestimmtheit über Differentialgleichungen		– Aussagen haben Wahrscheinlichkeitscharakter
$\Downarrow$		$\Downarrow$
klassische Mechanik (I) [Elektrodynamik (III)]		Quantenmechanik (II) [statistische Physik (IV)]

Schwerpunkt: Vielteilchensysteme

Historische Hinweise

a) klass. Newtonmechanik

Galilei (1564 – 1642): Messmethodik, freier Fall, Trägheitsgesetz

Kepler (1571 – 1630): Planetenbewegung

Newton (1643 - 1727): Axiome, Gravitationsgesetz (Hooke)

Coriolis (1792 - 1843): beschleunigte Bezugssysteme

Lagrange (1736 - 1813):
Hamilton (1805 - 1865):
} alternative Formulierung

b/ Relativistik

Galilei: Relativitätsprinzip

Michelson (1852 - 1931): Michelson Versuch (Lichtgeschwindigkeit = Konstante)

Einstein (1879 - 1955): spezielle + allg. Relativität

Themen:

I/ Newtonmechanik, Himmelsmechanik

II/ Beschleunigte Bezugssysteme

III/ Relativistik

IV/ Kanonischer Formalismus

V/ Vielteilchensysteme

VI/ Dynamische Systeme

I/ Newtonformulierung d. Mechanik

0/ Erinnerung: Newton Grundgleichung (MM, Exp)

$$\frac{d}{dt}\vec{p}(t) = \vec{f}(\vec{r},t)$$ Zeitableitg. Impuls $\vec{p}(t)$ = eingeprägte Kraft

$$\vec p(t) = \underbrace{m(t)}_{\text{manchmal nötige Verkomplizierung}} \dot{\vec r}(t)$$

$\dot{\vec r}(t)$: Geschwindigkeit eines Massepunkts

$m = m(t)$: Masse ist i.a. Funktion Zeit, Geschwindigkeit

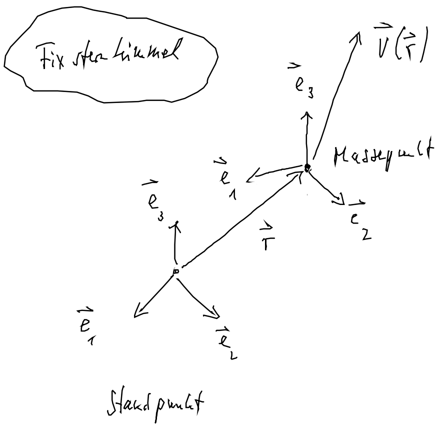
$\ddot{\vec r}(t)$: Beschleunigung eines Massepunkts

Vorgehen: a) aus Bahnkurve $\vec r(t)$ kann man $\dot{\vec r}, \ddot{\vec r}$: „Kinematik"

b) aus $\dot{\vec p} = \vec f$ kann man $\vec r(t)$ bestimmen : „Dynamik"

1. Kinematik: Beschreibung v. Bahnkurven

1.1. Ortsvektoren, Bahnkurven, Vektoren in Koordinatensystemen



3 Begriffe:

a) Ortsvektor: Position MP

$\vec r = \sum_i x_i \vec e_i$ kartesisch

b) allg. Vektorfeld

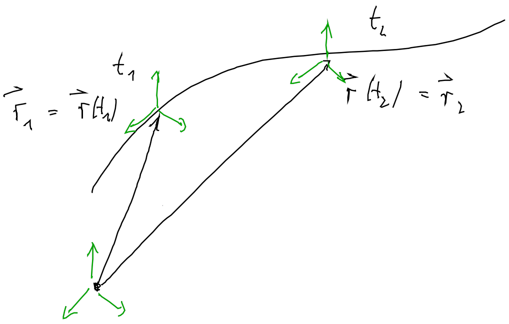
$\vec V = \sum_i V_i \vec e_i$

c) Bahnkurve:

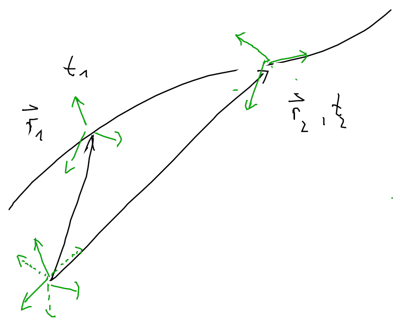
Darstellung mittels lokalem Dreibein $\{\vec e_i\}$: $\vec r(t) = \sum_i x_i(t) \vec e_i$

3 orthonormierte Einheitsvektoren

i.a. ist es mgl. jeweils kartesisch KS und $\vec e_i(t)$ bzw $\vec e_i(\vec r)$ zu wählen



kartesisch Koordinaten



krummlinige Koordinaten

kartesisch System (x, y, z) $\longrightarrow$ krummlinige System (u, v, w)

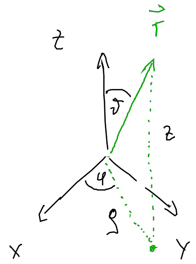
(x_1, x_2, x_3) $\qquad$ (u_1, u_2, u_3)

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{e}_x + y(t)\,\vec{e}_y + z(t)\,\vec{e}_z$$

$$\vec{r}(t) = u(t)\,\vec{e}_u(t) + v(t)\,\vec{e}_v(t) + w(t)\,\vec{e}_w(t)$$

$$\vec{e}_i = \frac{\partial \vec{r}}{\partial u_i} \Big/ \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial u_i} \right| \qquad (\mathrm{HM})$$

Beispiel. Zylinder / Kugelkoordinaten



Z: $\vec{r} = (\rho\cos\varphi,\ \rho\sin\varphi,\ z)$

K: $\vec{r} = (r\sin\vartheta\cos\varphi,\ r\sin\vartheta\sin\varphi,\ r\cos\vartheta)$

1.2. Geschwindigkeit und Beschleunigung von Massepunkten

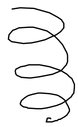
a) kartesisch System

$$\vec r(t) = \sum_i x_i(t)\,\vec e_i$$

$$\dot{\vec r}(t) = \sum_i \dot x_i(t)\,\vec e_i$$

$$\ddot{\vec r}(t) = \sum_i \ddot x_i(t)\,\vec e_i$$

<u>Beispiel:</u> Schraubenbewegung



$\vec R$ = fest

am Beobachtg.

$$\vec r = x\vec e_x + y\vec e_y + z\vec e_z$$

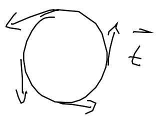
$$= R\cos\varphi\,\vec e_x + R\sin\varphi\,\vec e_y + z\,\vec e_z$$

$\varphi = \varphi(t)$, R = konstant, $z = z(t)$

$$\dot{\vec r} = -R\dot\varphi\sin\varphi\,\vec e_x + R\dot\varphi\cos\varphi\,\vec e_y + \dot z\,\vec e_z$$

Kreisbewegg. $\dot z = 0$, $z = 0$ $\quad |\dot{\vec r}| = R|\dot\varphi|$, $\quad \vec t = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix}$

Betrag v. $\dot{\vec r}$ Richtg. von $\dot{\vec r}$



Beschleunigg analog

b) <u>Zylinderkoordinaten</u>

$$\begin{array}{llll} & \text{x-Komp.} & y & z \\ \vec e_\rho = & (\cos\varphi, & \sin\varphi, & 0) \\ \vec e_\varphi = & (-\sin\varphi, & \cos\varphi, & 0) \\ \vec e_z = & (0, & 0, & 1) \end{array}$$

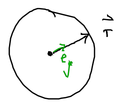
$$\vec r(t) = \rho(t)\,\vec e_\rho(t) + z(t)\,\vec e_z$$

$$\dot{\vec r}(t) = \dot\rho\,\vec e_\rho + \rho\,\dot{\vec e}_\rho + \dot z\,\vec e_z$$

$$\dot{\vec r}(t)\Big|_{\text{gewünscht}} = v_\rho\,\vec e_\rho + v_\varphi\,\vec e_\varphi + v_z\,\vec e_z$$

$\Rightarrow$ Frage: $\dot{\vec e}_\rho = \frac{d}{dt}(\cos\varphi\,\vec e_x + \sin\varphi\,\vec e_y) = -\sin\varphi\,\dot\varphi\,\vec e_x + \cos\varphi\,\dot\varphi\,\vec e_y = \dot\varphi\,\vec e_\varphi$

$$\dot{\vec r}(t) = \dot\rho\,\vec e_\rho + \rho\,\dot\varphi\,\vec e_\varphi + \dot z\,\vec e_z \;\longrightarrow\; T_{kin} = \dot{\vec r}\cdot\dot{\vec r}\,\frac{m}{2} = \dots$$

Kreisbewgg.: $\vec r(t) = R\,\vec e_\rho(t)$  $\rho = konst = R$

$\dot{\vec r}(t) = R\,\dot\varphi\,\vec e_\varphi$ 

$$\ddot{\vec r}(t) = \ddot\rho\,\vec e_\rho + \dot\rho\,\dot{\vec e}_\rho + \dot\rho\,\dot\varphi\,\vec e_\varphi + \rho\,\ddot\varphi\,\vec e_\varphi + \rho\,\dot\varphi\,\dot{\vec e}_\varphi + \ddot z\,\vec e_z$$

mit $\dot{\vec e}_\rho = \dot\varphi\,\vec e_\varphi$

und $\dot{\vec e}_\varphi = \frac{d}{dt}(-\sin\varphi, \cos\varphi) = -\dot\varphi\,\vec e_\rho$

$$\ddot{\vec r} = \vec e_\rho\left(\ddot\rho - \rho\,\dot\varphi^2\right) + \vec e_\varphi\left(2\dot\rho\,\dot\varphi + \rho\,\ddot\varphi\right) + \vec e_z\,\ddot z$$

Kreisbewgg: $\vec r = R\,\vec e_\rho$ $\quad \rho = R = konstant$

$$\ddot{\vec r} = R\,\ddot\varphi\,\vec e_\varphi - R\,\dot\varphi^2\,\vec e_\rho$$

gleichförmig $\varphi = \alpha t$ $\quad \alpha = konst$

$\ddot{\vec r} = -R\,\alpha^2\,\vec e_\rho = -\alpha^2\,\vec r$ $\quad$ Oszillatorgleichung, aber Achtung Nebenbedingg.

$$\underbrace{\begin{aligned}\ddot x &= -\alpha^2 x\\ \ddot y &= -\alpha^2 y\end{aligned}}_{\text{Newton f. Oszillator}} \qquad \text{mit NB: } \underbrace{x^2 + y^2 = R^2}_{\text{Nebenbedingg.}}$$

Kugelkoordinaten

$$\vec{r} = r\vec{e}_r$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\vartheta}\vec{e}_\vartheta + r\sin\vartheta\,\dot{\varphi}\,\vec{e}_\varphi$$

$$\ddot{\vec{r}} = \left(\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2 - r\sin^2\vartheta\,\dot{\varphi}^2\right)\vec{e}_r$$

$$\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\vartheta}\right) - r\sin\vartheta\cos\vartheta\,\dot{\varphi}^2\right)\vec{e}_\vartheta$$

$$\left(\frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{d}{dt}\left(r^2\sin^2\vartheta\,\dot{\varphi}\right)\right)\vec{e}_\varphi$$

ohne Gewähr
(ÜA)