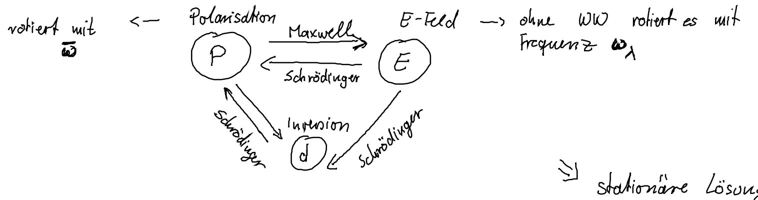
Kurze Zusammenfassung

... was bisher geschah ...

1) Definitionen von Stabilität, Bifurkationen, chaotische Dimension
2) Delay : Stabilitätsanalyse, Multistabilitäten, Reappearance
3) Stochastische Systeme : Mittelwerte, Varianz, lineare SDE, Mean-field Ansatz
4) Laserdynamik mit Ratengleichungen : Normalformanalyse, Einschaltverhalten
   Grenzfälle (schnelle Photonen bzw. Elektronen)
5) Herleitung semiklassische Lasergleichungen ;



$\Rightarrow$ stationäre Lösungen liefern tatsächliche Laserfrequenz Ω_L

Class A nur E-Feld Dynamik
Class B E, d - Dynamik
Class C E, d, P - Dynamik

Jetzt in Kapitel 6 : Laser mit optischen Störungen (von außen)

$\boxed{\text{Feldgrößen}}$ volles Feld mit Dimension

$$\underline{E}(\underline{x},t) = \sum_\lambda \boxed{E_\lambda(t)}\, u_\lambda(\underline{x})\, \underline{e}_\lambda$$

$$\downarrow$$

$$E_\lambda(t) = \underbrace{\boxed{E_\lambda^{(+)}}}_{\sim e^{-i\omega_\lambda t}} + \underbrace{E_\lambda^{(-)}}_{\sim e^{i\omega_\lambda t}}$$

$$\downarrow$$

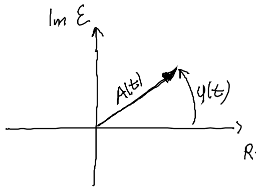
Dimensionslose Größe a_λ

Photonenzahl $a_\lambda^* a_\lambda = S = N_{ph}$

$$E_\lambda^+(t) = \boxed{a_\lambda(t)} \cdot i \sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2\varepsilon_0}}$$

$$\downarrow$$

Abspalten der schnellen Laserfrequenz Ω_L: $\quad a_\lambda(t) = \boxed{\mathcal{E}_\lambda(t)}\, e^{-i\Omega_L t}$



(φ(t) variiert langsam)

$$\mathcal{E}_\lambda(t) = A(t)\, e^{i\varphi(t)}$$

reelle Amplitude

Feldamplitude im "rotating frame" Ω_L

[kann ein beliebiges mitbewegtes Koordinatensystem gewählt werden]

---

6. Laserdynamik mit optischen Störungen

Startpunkt Gleichungen aus Kapitel 5 aber mit adiabatisch eliminierter Polarisation

$$\dot a_\lambda = (-i\omega_\lambda - \kappa_\lambda)\, a_\lambda - i \sum_{n\lambda'} \frac{g^*_{\lambda n}\, g_{\lambda' n}}{(\bar\omega_n - \Omega_{\lambda'}) - i\gamma}\, a_{\lambda'}\, d_n \qquad \rho_n^{ss}$$

(VL vom 12.12.)

$$\boxed{a_\lambda = \mathcal{E}(t)\, e^{-i\Omega_L t}}$$

Annahme: Eine Mode im Resonator

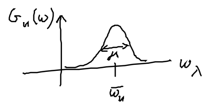
$$\downarrow$$

$$\dot{\mathcal{E}}(t) = \Big\{ \underbrace{i\Big(\Omega_L - \omega_\lambda + \sum_n \frac{\Omega_L - \bar\omega_n}{2\gamma} G_{\lambda n} d_n\Big)}_{\text{Im (Gain)}} + \underbrace{\sum_n \frac{1}{2} G_{\lambda n} d_n - \kappa}_{\text{Re (Gain)}} \Big\}\, \mathcal{E}(t)$$

$$= \text{Gain}\ \mathcal{E}(t)$$

komplexer Gain

$$\left[\; G_{\lambda n} = \frac{|g_{\lambda n}|^2 \cdot 2\gamma}{(\omega_\lambda - \bar\omega_n)^2 + \gamma^2} \;\right]$$



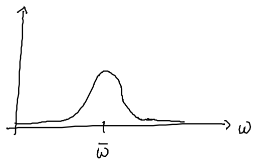
Fall 1: homogenes Medium (keine n-Abhängigkeit) $\quad \bar\omega_n = \bar\omega$

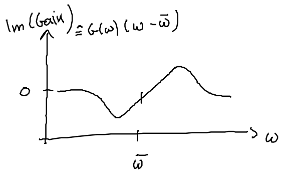
$\gamma \gg \kappa \;\rightarrow\; \Omega_L \approx \omega_\lambda$ $\quad$ falls $\gamma = \frac{1}{T_2}$ groß ist, wird Laserfrequenz kaum verschoben

$$\Rightarrow \dot{\mathcal{E}} = \Big\{ \frac{1}{2} \sum_n d_n \Big[i\, \frac{\Omega_L - \bar\omega}{\gamma} + 1 \Big] G_\lambda - \kappa \Big\}\, \mathcal{E}$$

$$= \Big\{ \frac{1}{2} G_\lambda D \Big(1 + i\, \frac{\Omega_L - \bar\omega}{\gamma} \Big) - \kappa \Big\}\, \mathcal{E}$$

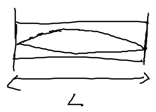
- Der Gain ist linear in der Inversion
- falls $\Omega_L \neq \bar{\omega}$ ergibt sich eine Kopplung von Amplitude und Phase
- $\Omega_L = \bar{\omega}$: Gain ist rein reell





Nebenrechnung

Stehende Wellen im leeren Resonator



: mögliche Wellenlänge

Integer
↓
$n \cdot \frac{\lambda}{2} = L$

$\frac{n \cdot c}{2L} = \nu$

Modenabstand im Resonator $\boxed{\frac{c}{2L} = \Delta\nu}$

Dephasierungszeit, Lebensdauer der Polarisation
↓
$T_2 = 150$ fs im Halbleiter

$\gamma = 6.7 \cdot 10^{12} \frac{1}{s}$ => $L = 1mm \rightarrow \gamma = 1.55 \cdot 10^{2} \Delta\nu$

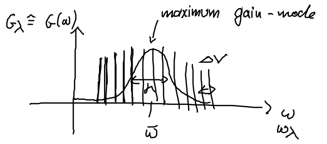
$L = 1\mu m \rightarrow \gamma = 1.55 \cdot 10^{-1} \Delta\nu$

$L = 1m \rightarrow \Delta\nu = 0.43\ 10^{8} \frac{1}{s}$

$L = 1mm \rightarrow \Delta\nu = 0.43 \cdot 10^{11} \frac{1}{s}$

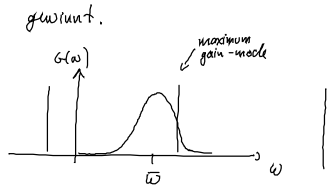
$L = 1\mu m \rightarrow \Delta\nu = 0.43 \cdot 10^{14} \frac{1}{s}$

- Ein 1mm Resonator hat ca 100 longitudinale Moden innerhalb des Gain Spektrums aber nur eine, die mit maximalem Gain, gewinnt.



L ca. 1mm

=> $\Omega_L = \bar{\omega}$
↑ Laserfrequenz



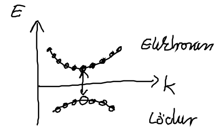
L ca $1\mu m$

=> $\Omega_L - \bar{\omega} \neq 0$

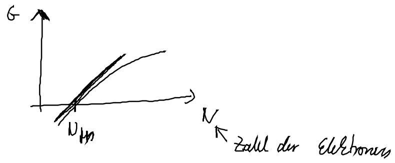
- Keine Amplituden-Phasen Kopplung für homogenes Medium aus 2-Niveau Systemen außer Resonator wird sehr klein

6.1. Amplituden-Phasen Kopplung

Fall 2: Inhomogenes Medium (z.B. Halbleiterlaser mit Elektronen in verschiedenen Bändern und k-Zuständen)



- Verstärkung hängt nicht-linear von der Zahl der Ladungsträger ab



Linearisierung um den Wert an der Schwelle

$$\mathrm{Re}\{Gain\} = G_N\,(N - N_{th}) - \kappa$$

- Laserfrequenz hängt von der Zahl der Ladungsträger ab

Linearisierung $\mathrm{Im}\{Gain\} = g_N\,(N - N_{th}) + \omega_\lambda$

Definition eines dimensionslosen Faktors α:

$$\alpha = \left.\frac{\frac{\partial}{\partial N}\{\mathrm{Im}\, Gain\}}{\frac{\partial}{\partial N}\{\mathrm{Re}\, Gain\}}\right|_{\omega,N} = \frac{g_N}{G_N}$$

=> Gleichungen für das E-Feld haben dann die Form

$$\dot{\mathcal{E}} = \frac{G_N}{2}\,(1 + i\alpha)\,(N - N_{th})\,\mathcal{E}$$

$N - N_{th} = n$ Ladungsträgerzahl oberhalb der Schwelle

(normiertes $\mathcal{E}$-Feld)

$$\dot{\tilde{\mathcal{E}}} = (1 + i\alpha)\, n\, \tilde{\mathcal{E}}$$

[Vgl. homogenen Fall $\dot{\mathcal{E}} = \left[\frac{1}{2} G_\lambda D \left(1 + \frac{i(\Omega - \bar{\omega})}{\gamma}\right) - \kappa\right]\mathcal{E}$

α-Faktor wird oft über Suszeptibilität χ eingeführt:

$$\alpha = \left.\frac{\frac{\partial \chi'}{\partial N}}{\frac{\partial \chi''}{\partial N}}\right|_{\omega,N} \qquad \chi = \chi' + i\chi''$$

- Definition der linearen Suszeptibilität χ

$$P\left(\sim \sum_n \mu_{12}^* p_n^* + \mu_{12}\, p_n\right) = \varepsilon_0\, \chi\, \left(E^{(+)} + E^{(-)}\right)$$

d.h. in der DGL für das E-Feld (Wellengleichung)

$$\dot{E}_\lambda^{+} = -\kappa E_\lambda^{+} + i\,\frac{1}{2\varepsilon_0}\,\bar{\omega}\, P_\lambda^{+}$$

$$= -\kappa E_\lambda^{+} + i\,\frac{1}{2\varepsilon_0}\,\bar{\omega}\,\varepsilon_0\, \chi\, E_\lambda^{+}$$

Komplexer Gain: $\boxed{\frac{i\bar{\omega}}{2}\chi - \kappa}$

$\mathrm{Im}\,[Gain] \longrightarrow \mathrm{Re}\,[\chi]$

$\mathrm{Re}\,[Gain] \longrightarrow \mathrm{Im}\,[\chi] - \kappa$

- Im Experiment wird α gemessen z.B. über Variation des Pumpstromes oder über Variation der optischen Injektion

$$\alpha = \left. \frac{\frac{\partial \chi'}{\partial P} \cancel{\frac{\partial P}{\partial N}}}{\frac{\partial \chi''}{\partial P} \cancel{\frac{\partial P}{\partial N}}} \right|_{\omega, N}$$