

6.2.3. Halbleiterlaser mit optischer Injektion

- DGL für Class B Laser mit Amplituden Phasen Kopplung (α -Faktor)
d.h. Ladungsträgerdynamik wird mitberachtet

$$\dot{\epsilon} = (1 + i\alpha) n \epsilon - i \Delta \omega_{inj} \epsilon + K$$

$$\dot{n} = \frac{\tilde{r}_{ph}}{T_1} (\gamma - n - (1 + 2n) |\epsilon|^2)$$

[Gleichungen sind dimensionslos]

- Im Prinzip sind Lösungen und Stabilität numerisch bestimmbar.
- Alternativ: Lösungen finden durch Entwicklung in Ordnungen von K
(Verhalten bei kleiner Injektionsstärke)

Einführen von reellen Größen: $\epsilon(t) = A(t) e^{i\Delta\phi(t)}$
↑ reell ↑ reell

$$\begin{aligned} \dot{A} &= n \cdot A + K \cos \Delta\phi & \text{(I)} \\ \dot{\Delta\phi} &= -\Delta\omega_{inj} - \alpha n - \frac{K}{A} \sin \Delta\phi & \text{(II)} \\ \dot{n} &= \frac{\tilde{r}_{ph}}{T_1} (\gamma - n - (1 + 2n) A^2) & \text{(III)} \end{aligned}$$

Class B Laser mit Injektion

Ansatz:

$$\begin{aligned} A &= A_0 + K A_1 + \dots \\ \Delta\phi &= \phi_0 + K \phi_1 + \dots \\ n &= n_0 + K n_1 + \dots \end{aligned}$$

Kontrollparameter: $-\Delta\omega_{inj} = K \Delta_1 + K^2 \Delta_2 + \dots$

für $K \rightarrow 0$ erhält man Lösungen A_0, ϕ_0, n_0 des freilaufenden Lasers ($n_0 = 0$)

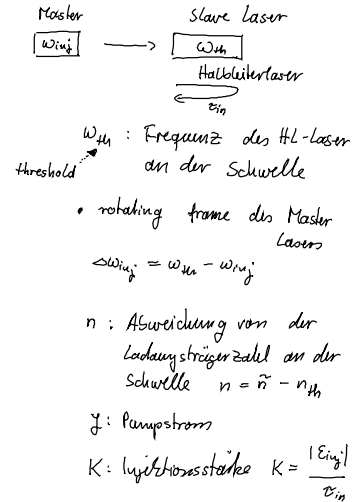
Zeiten?

Vielzeitansatz: $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial \tau}{\partial t}}_K \frac{\partial}{\partial \tau}$

motiviert durch Struktur der DGL ("ausbalancierte Gleichungen")

\rightarrow Zeiten $t, \tau = Kt$

d.h. $A(t, \tau) = A_0(t, \tau) + K A_1(t, \tau) + \dots$
 $\Delta\phi(t, \tau) = \dots$
 $n(t, \tau) = \dots$



Einsetzen ins DGL-System:

$$(I) : \frac{\partial}{\partial t} A_0 + K \frac{\partial}{\partial t} A_0 + K \frac{\partial}{\partial t} A_1 + K^2 \frac{\partial}{\partial t} A_1 = (n_0 + K n_1) (\underbrace{A_0 + K A_1}_{\approx \cos \phi_0 - K(\sin \phi_0) \cdot \phi_1}) + K \cos(\phi_0 + K \phi_1)$$

0. Ordnung in K: $\frac{\partial}{\partial t} A_0 = n_0 A_0 = 0$

1. Ordnung in K: $\frac{\partial}{\partial t} A_0 + \frac{\partial}{\partial t} A_1 = n_1 A_0 + \cos \phi_0$ (*)

2. Ordnung in K: $\frac{\partial}{\partial t} A_1 = n_1 A_1 - \phi_1 \sin \phi_0$

$$(II) \frac{\partial}{\partial t} \phi_0 + K \frac{\partial}{\partial t} \phi_0 + K \frac{\partial}{\partial t} \phi_1 + K^2 \frac{\partial}{\partial t} \phi_1 = K \Delta_1 + K^2 \Delta_2 - \alpha K n_1 - \frac{K \left(\frac{1}{A_0} A_1 \frac{1}{A_0^2} \right)}{A_0 + K A_1} \left[\sin \phi_0 + K \phi_1 \cos \phi_0 \right]$$

0. Ordnung: $\frac{\partial}{\partial t} \phi_0 = 0$

1. Ordnung: $\frac{\partial}{\partial t} \phi_1 + \frac{\partial}{\partial t} \phi_0 = \Delta_1 - \alpha n_1 - \frac{1}{A_0} \sin \phi_0$

2. Ordnung: $\frac{\partial}{\partial t} \phi_1 = \Delta_2 + \frac{A_1}{A_0^2} \sin \phi_0 + \frac{1}{A_0} \phi_1 \cos \phi_0$

$$(III) \frac{I_1}{\epsilon_{ph}} \left(K \frac{\partial}{\partial t} n_1 + K^2 \frac{\partial}{\partial t} n_1 \right) = \gamma - K n_1 - (1 + 2K n_1) (A_0^2 + K^2 A_1^2 + 2K A_0 A_1)$$

0. Ordnung: $\gamma = A_0^2$
 $\hookrightarrow \frac{\partial}{\partial t} A_0 = 0$

1. Ordnung: $\frac{I_1}{\epsilon_{ph}} \frac{\partial}{\partial t} n_1 = -n_1 - 2 \frac{A_0 A_1}{\sqrt{\gamma}} - 2 n_1 A_0^2$

\rightarrow

$$\frac{I_1}{\epsilon_{ph}} \frac{\partial}{\partial t} n_1 = -n_1 (1 + 2\sqrt{\gamma}) - 2\sqrt{\gamma} A_1(t) \quad \Big| \frac{\partial}{\partial t}$$

$$\frac{I_1}{\epsilon_{ph}} \dot{n}_1 = -n_1 (1 + 2\sqrt{\gamma}) - 2\sqrt{\gamma} (n_1 A_0 + \cos \phi_0)$$

DGL mit konstanter Inhomogenität und konstanten Koeffizienten.

Lösung ist bekannt

$$(*)_n \quad n_1(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t} - \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cos \phi_0$$

d.h. n_1 klingt exponentiell ab, und konvergiert zu

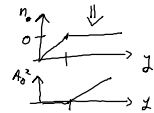
$$n_1 = -\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cos \phi_0$$

• Dynamik in t erst in 2. Ordnung von K

(*)_n einsetzen in (*):

$$\frac{\partial}{\partial t} A_1 = -\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cos \phi_0 \sqrt{\gamma} + \cos \phi_0 = 0$$

$\rightarrow A_1$ hat keine Dynamik in t



(*n) einsetzen in II. $\sigma(1)$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi_0 + \frac{\partial}{\partial t} \phi_1 = \Delta_1 + \left(\frac{\alpha}{\sqrt{1}} \cos \phi_0 - \frac{1}{\sqrt{1}} \sin \phi_0 \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi_0 = \Delta_1 + \frac{1}{\sqrt{1}} \left(-\sqrt{1+\alpha^2} \sin(\phi_0 - \arctan \alpha) \right)$$

$\frac{\partial}{\partial t} \phi_1 = 0$ um ein
Divergenz der Lösung zu
verhindern
(Solvability Condition)

Rücktransformation auf $\Delta \phi = \phi_0 + K \phi_1$

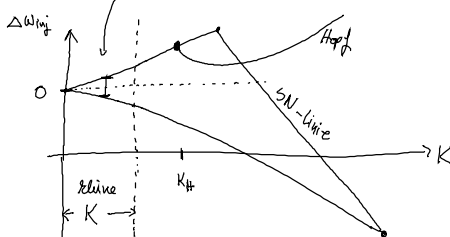
$$\begin{aligned} \Delta \dot{\phi} &= -\Delta \omega_{inj} - \sqrt{\frac{1+\alpha^2}{1}} K \sin(\Delta \phi - \arctan \alpha) \\ A_1 &= \text{const} & [A = A_0 + K A_1] \\ n_1 &= -\frac{1}{\sqrt{1}} \cos \phi_0 & [n = K n_1] \end{aligned}$$

Halbleiter - Adlergleichung

• Dynamik für kleine K !
(da nur 1. Ordnung betrachtet wurde)

Lockingbereich gegeben durch

$$\sqrt{\frac{1+\alpha^2}{1}} K \geq |\Delta \omega_{inj}|$$



Gültigkeitsbereich der
HL-Adlergleichung

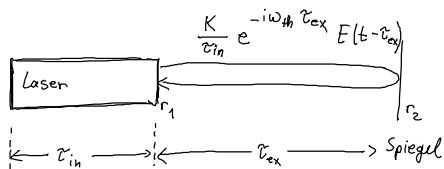
d.h. α ändert die Größe des Lockingbereiches

↳ nutzt man zur Bestimmung von α
im Experiment

• Position des Startpunktes der Hopf-Bif.
gegeben durch Dämpfung der
Relaxationsoszillationen (Γ_{R0})

$$K_H \sim \frac{\Gamma_{R0}}{\sqrt{1+\alpha^2}}$$

6.3. Laser mit optischer Rückkopplung



Reflexion der Facetten bestimmt K $K = \frac{(1-r_1^2)r_2}{r_1}$

• nach einem Umlauf im Laser kommt zusätzliche Feldamplitude $\frac{K}{\tau_{in}} e^{-i\omega_H \tau_{ex}} E(t-\tau_{ex})$ hinzu

dimensionslose Größen $k = \frac{\tau_{ph}^2}{\tau_{in}} K$
(zeit in Einheiten von τ_{ph}) $\tau = \frac{\tau_{ex}}{\tau_{ph}}$

- Wir führen eine Rückkopplungsphase $C = \omega_H \tau_{ex}$ ein, da sehr kleine Längenvariationen im Spiegelabstand L stark ändern (da ω_H im THz Bereich ist) aber $E(t - \tau_{ex})$ nicht beeinflussen.

(I)

$$\begin{aligned} \dot{E} &= (1 + i\alpha) \mu E + k e^{-iC} E(t - \tau) \\ \dot{n} &= \frac{\tau_{ph}}{T_1} \left(\gamma - n - (1 + 2n) |E|^2 \right) \end{aligned}$$

[man führt oft Zeitskalenverhältnis ein]
 $T = \frac{T_1}{\tau_{ph}}, \quad \mu = \frac{\tau_{ph}}{T_1}$

- E ist im rotating frame des freilaufenden Lasers an der Schwelle ω_H

- Gleichung (I) ist eine Delay-Gleichung
- Lang-Kobayashi Gleichungen (LK Gleichung)
- Experiment: Laser zeigt bei kleinsten Rückkopplungsstärken chaotisches Verhalten
 → Stabilitätsanalyse nötig!