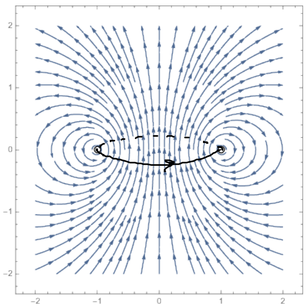
Wdh

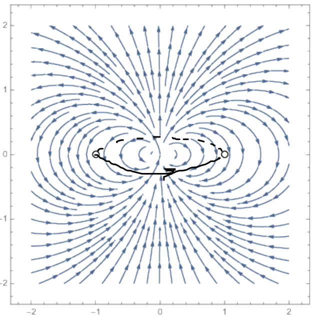
+ magnet. Dipolmoment

$$\underline{m} = \frac{1}{2c}\int \underline{r}' \times \underline{j}(r')\, d^3r'$$

$$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\underline{m}\times\underline{r}}{r^3} \qquad \underline{B}(r) = \frac{3\underline{r}\,(\underline{m}\cdot\underline{r}) - \underline{m}\cdot r^2}{r^5}$$

Beispiel Leiterschleife





exakt

+ Kraft auf Dipol $\quad F \approx \nabla(\underline{m}\cdot\underline{B}) \qquad V = -(\underline{m}\cdot\underline{B})$

+ magnet. Feldstärke

$$H = B - 4\pi M$$ Magnetisierung

=> makroskop. MW-Gleichung der MS

$$\nabla\cdot B = 0 \qquad \nabla\times H = \frac{4\pi}{c}\, j_m$$ makroskop. Ströme

H

$$w_{MS} = \frac{1}{8\pi}\, B\cdot H \qquad\qquad w_{ES} = \frac{1}{8\pi}\, D\cdot E$$

4.9.2. Formen von Magnetismus

$$\underline{M} = \chi_m \cdot \underline{H}$$ Näherung für lineare und isotrope Medien

magnet. Suszeptibilität

$$B = H + 4\pi M = (1+4\pi\chi_m)\cdot H = \mu H$$ magnet. Permeabilität

+ Diamagnetismus : $\chi_m < 0 \quad \mu < 1$

bei allen Stoffen
"induzierte Dipole" — Lenz'sche Regel

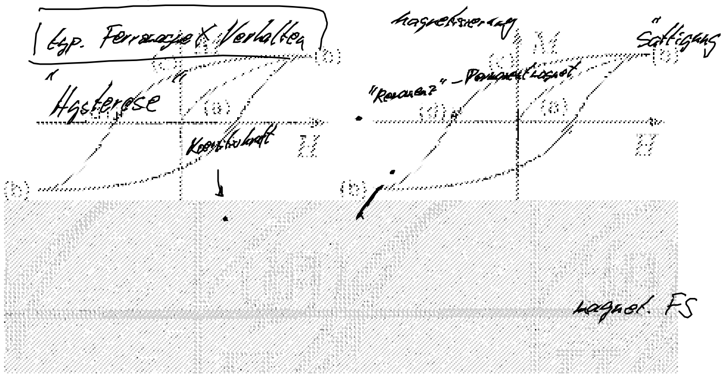
+ Paramagnetismus : $\chi_m > 0 \quad \mu > 1$

permanente Dipole
richten sich mit ext. MF aus

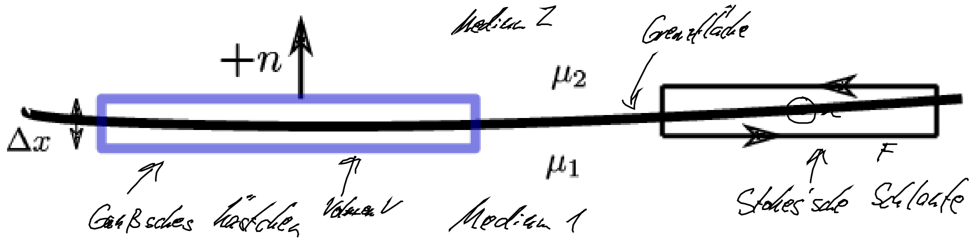
} sehr schwach

+ kollektiver Magnetismus : WW der Dipole ist stärker als das externe Feld

+ Ferromagnetismus
+ Ferrimagnetismus
+ Antiferromagnetismus



4.9.3 Verhalten an Grenzflächen



aus $\nabla\cdot B = 0$ folgt

$$0 = \int_V \nabla\cdot B \, d^3r = \oint_{\partial V} B\cdot dF = \Delta F \cdot n\,(B_2 - B_1) \rightarrow B_{1n} = B_{2n}$$

Normalen-komp. von B sind stetig

$$\iint (\nabla\times \underline{H})\cdot \underline{n}'\, dF = \oint \underline{H}\, d\underline{r} = \iint_F \frac{4\pi}{c}\cdot \underline{j}\cdot \underline{n}'\, dF$$

falls $\underline{j}\cdot\underline{n}' = j_t = 0 \longrightarrow H_{1t} = H_{2t}$ tang. Komp. ist stetig, bei verschw. Tangentialströmen

$$\boxed{\begin{array}{ll} B_{1n} = B_{2n} & H_{1t} = H_{2t} \\ E_{1t} = E_{2t} & D_{1n} = D_{2n} \end{array}}$$

Verh. an GF

grundlegende Größen sind E und B
H und D sind Hilfsgrößen (enthalten Dipolbeiträge in Medien)
im Vakuum gilt $H = B$ $\quad D = E$

$$D = E + 4\pi\cdot P \longrightarrow \varepsilon\cdot E$$
$$B = H + 4\pi\cdot M \longrightarrow \mu\cdot H$$

5. Allgemeine Maxwell-Gleichungen

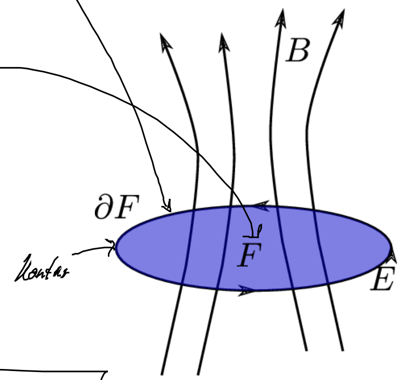
in ES: $\nabla \cdot \underset{\text{diel. Verschiebung}}{D} = 4\pi \varrho_{\text{Ladungsdichte}}$ $\quad \nabla \times E = 0$

in MS: $\nabla \cdot B = 0$ $\quad \nabla \times \underset{\text{magnet. FS}}{H} = \frac{4\pi}{c} \cdot j_{\text{Stromdichte}}$ $\Big\}$ Statik

5.1. Grundgleichungen

Faraday 1831: bewegter Magnet induziert einen Strom in Leiterschleifen

- elektromot. "Kraft" $\mathcal{E}_{\partial F} = \oint\limits_{\partial F} \underline{E} \cdot d\underline{r}$ $\hat{=}$ einer Spannung
- magnet. Fluss $\Phi_F = \iint\limits_F \underline{B} \cdot d\underline{F}$



"Faraday Gesetz" (integrale Form)

$$\boxed{\oint\limits_{\partial F} \underline{E} \cdot d\underline{r} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \iint\limits_F \underline{B} \cdot d\underline{F}}$$

$$\overset{\text{Stokes}}{\Rightarrow} \iint\limits_F \left(\nabla \times \underline{E} + \frac{1}{c} \dot{\underline{B}} \right) d\underline{F} = 0 \quad \text{für } \underline{\text{beliebige}}\ F$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\nabla \times E = -\frac{1}{c} \dot{B}}$ Faraday-Gesetz in lokaler Form $\quad$ (Verallg. von $\nabla \times E = 0$ aus ES) in MS gibt es auch Korrekturen

hatten: $\nabla\cdot j = 0$

jetzt: $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot j = 0 = \nabla\cdot\underbrace{\left(\frac{1}{4\pi}\dot{D} + j\right)}_{\text{divergenzfrei}}$ → schreibe als Rotationsfeld

Ampère

in MS: $\nabla\times H = \frac{4\pi}{c}\cdot j \qquad j \to j + \frac{1}{4\pi}\dot{D}$

$\nabla\times H = \frac{4\pi}{c}\cdot j + \frac{1}{c}\dot{D}$

"Maxwell-Gleichungen"

inhomogen

skalar
$$\boxed{\begin{aligned} \nabla\cdot D &= 4\pi\rho \\ \nabla\cdot B &= 0 \\ \nabla\times E + \frac{1}{c}\dot{B} &= 0 \\ \nabla\times H - \frac{1}{c}\dot{D} &= \frac{4\pi}{c}\cdot j \end{aligned}}$$
Vektoriell

Coulomb

Faraday

Ampère

Maxwell

inhomogen

Polarisation

Verknüpfung $D = E + 4\pi P \xrightarrow{\text{lin. Medien}} \varepsilon\cdot E$

$B = H + 4\pi M \longrightarrow \mu\cdot H$

Magnetisierung

ohmsches Gesetz $\underline{j} = \sigma_c\cdot\underline{E}$

Leitfähigkeit

5.2. Mikroskop. Maxwell-Gleichungen und Potentiale

mikroskopisch

$E = D \qquad B = H$

$\nabla\cdot E = 4\pi\rho$

$\nabla\cdot B = 0$

$\nabla\times E + \frac{1}{c}\dot{B} = 0$

$\nabla\times B - \frac{1}{c}\dot{E} = \frac{4\pi}{c}j$

homogene Gl. sollen durch Potentiale erfüllt werden

$\boxed{B = \nabla\times A} \longrightarrow \nabla\cdot B = 0$

$\nabla\times E + \frac{1}{c}\cdot\dot{B} = \nabla\times\left(E + \frac{1}{c}\dot{A}\right) = 0$

schreibe als Gradient $\overset{!}{=} -\nabla\Phi$

$$\boxed{E = -\nabla\Phi - \frac{1}{c}\dot{A}}$$

$$-\nabla\cdot E = -4\pi\rho = \Delta\Phi + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot A)$$

$$-\nabla\times B + \frac{1}{c}\dot{E} = -\frac{4\pi}{c} j = -\nabla(\nabla\cdot A) + \Delta A - \frac{1}{c^2}\ddot{A} - \frac{1}{c}\nabla\dot{\Phi}$$

Gleichungen für Potentiale

Eichfreiheit

$$A \to A + \nabla\Lambda(r,t)$$

$$\Phi \to \Phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\Lambda(r,t)}{\partial t}$$

speziell Lorenz-Eichung

$$\nabla\cdot A + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{4\pi}{c} j &= \Delta A - \frac{1}{c^2}\ddot{A} \\ -4\pi\rho &= \Delta\Phi - \frac{1}{c^2}\ddot{\Phi} \end{aligned}\right\}$$ Gleichungen entkoppeln unter Lorenz-Eichung

d'Alembert-Operator "Quabla"

$$\Delta - \frac{1}{c^2}\partial_t^2 = \Box$$

$$\Box\Phi = -4\pi\rho \qquad \Box A = -\frac{4\pi}{c} j$$

in Lorenz-Eichung

Vakuum: $\rho = 0$ $\quad j = 0$ $\quad \to$ Wellengleichung

5.3. Bestimmung der Eichfunktion Λ

5.3.1. Lorenz-Eichung

Seien Φ A gegeben ohne Erfüllung der Lorenz-Eichung

Φ' A' seien neue Potentiale

$$0 = \nabla\cdot A' + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi'}{\partial t} = \nabla\cdot A + \Delta\Lambda + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Lambda}{\partial t^2} \overset{!}{=} 0$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Lambda = \Box\Lambda = -\left(\nabla\cdot A + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)$$

Eichungsfunktion ist eine Lösung d. inhomog. Wellengleichung

→ Lorenz-Eichung fixiert die Potentiale nicht vollständig

Lösungen Λ der homog. $\Box\Lambda = 0$ führen Lorenz-konforme Potentiale ineinander über