

English Summary:

Quantum Signatures of chimeric states

semiclassical trajectory (mean-field) $\alpha_\ell(t) = \frac{1}{\sqrt{2\hbar}} (Q_\ell + iP_\ell) = r_\ell(t) e^{i\phi_\ell(t)}$

quantum fluctuations $g_\alpha(t_0) = \bigotimes_{\ell=1}^N |0\rangle_\ell \langle 0| \rightarrow W_\alpha(\xi, t)$ Wigner fun.

$\tilde{R} = (\tilde{q}_1, \tilde{p}_1, \dots, \tilde{q}_N, \tilde{p}_N)$

$\xi_\ell = \frac{1}{\sqrt{2\hbar}} (\tilde{q}_\ell + i\tilde{p}_\ell)$

bosonic squeezing

covariance matrix $C_{ij} := \left\langle \frac{\hat{R}_i \hat{R}_j + \hat{R}_j \hat{R}_i}{2} \right\rangle_\alpha - \left\langle \hat{R}_i \right\rangle_\alpha \left\langle \hat{R}_j \right\rangle_\alpha$

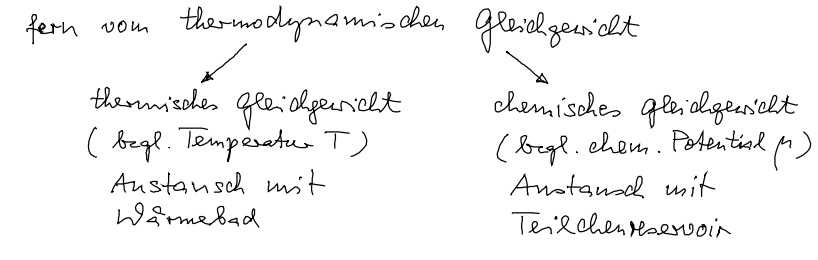
quantum mutual Rényi information, Rényi entropy $S_\mu = \frac{1}{1-\mu} \ln \text{tr}(g^\mu)$
 $\mu \in \mathbb{N}$

5. Boltzmann-Gleichung

Ziel: Beschreibung von Transport, z.B.
 Ladungstransport in Halbleitern,
 Massentransport in Gasen, Flüssigkeiten,
 Wärmetransport (Wärmeleitung)

Response von Teilchen (Elektronen, Flüssigkeitsmoleküle) auf
 äußere Felder (el., magn. Felder, Dichtegradient, Temperaturgradient):

- Beschleunigung
 - Dissipation: Energie-, Impulsrelax. durch Stöße
 (Phononen, Störstellen, andere Teilchen/ Elektronen)
- } Nichtgleichgewichtsdynamik,
räumliche Propagation



Beschreibung durch Verteilungsfkt. $f(\epsilon, p, t)$
 oder $f(\epsilon, \underline{k}, t)$ mit (Kristall-)Quasiimpuls $\underline{p} = \hbar \underline{k}$

5.1 Hierarchie von Transportgleichungen

E. Schöll (ed.): Theory of Transport Properties of Semiconductor Nanostructures (Springer 1998)

Drift-Diffusion:

klass. Reaktions-Diffusions-Advektions-Gl.

$$\dot{n} = \underbrace{f(n)}_{\text{Reakt.}} + \underbrace{D \Delta n}_{\text{Diff.}} + \underbrace{\nabla \cdot (n \mu \underline{E})}_{\text{Drift}}$$

el. Feld \underline{E}

Teilchendichte $n(r,t)$

Mobilität $\mu = \frac{e}{m^*} \tau_m$ ($e > 0$), $v = \mu \underline{E}$

Diff. konst $D = \frac{kT_e}{e}$ (Einstein-Relation)

eff. Masse m^*

↑ adiab. Elimination von schnellen Var. (Impuls- u. Energiebilanz)

hydrodynamische

Bilanz-gleichungen (balance eqs.)

$$\begin{aligned} \dot{n} + \nabla \cdot (n v) &= \varphi(n, \underline{E}) \\ \dot{p} + (v \cdot \nabla) p + \frac{1}{\hbar} \nabla \cdot (\hbar k T_e) - q(\underline{E} + v \times \underline{E}) &= -\frac{p}{\tau_m} \\ \dot{E} + (v \cdot \nabla) E + \frac{1}{\hbar} \nabla \cdot (\hbar k T_e v) - \frac{k}{n} \Delta T_e - q v \cdot \underline{E} &= \frac{E - E_0}{\tau_e} \end{aligned}$$

$n(r,t) = \int f(r,k,t) \text{vol } k$ Teilchendichte

$p(r,t) = \langle \hbar k \rangle = m^* v$ Impulsdichte

$E(r,t) = \langle E(k) \rangle = \frac{m^* v^2}{2} + \frac{3}{2} kT_e$ Energiedichte

T_e Elektronentemperatur

v Driftgeschw.

φ Generations-Rekomb.-Rate

τ_m Impuls-Relaxationszeit

τ_e Energie-Relaxationszeit

makroskopisch

↑↑ Momenten-Entwicklung

kinetisch

semiklass. Boltzmann-Gl.

$f(r, k, t)$ Verteil. fkt. (Wahrscheinl. verteilung)

$$\dot{f} + v_g \cdot \nabla_r f - \frac{e}{\hbar} \underline{E} \cdot \nabla_k f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{collision}}$$

\underline{E} el. Feld

$v_g = \frac{1}{\hbar} \nabla_k E(k)$ Gruppengeschw.

mesoskopisch

↑↑ Markov-Approx.

Quantenkinetik

Elimin. der Polarisation (coherences)

Dichtematrix-Gl.

$$\frac{d}{dt} \langle c_{i,k}^+ c_{j,k} \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [H, c_{i,k}^+ c_{j,k}] \rangle + \text{Dissipation}$$

$$f_{ij}(k) = \langle c_{i,k}^+ c_{j,k} \rangle$$

$$f_{ii}(k) = \langle c_{i,k}^+ c_{i,k} \rangle \text{ Verteil. fkt.}$$

$$f_{ij}(k) \quad i \neq j \text{ Polarisation (coherences)}$$

reinh. - inhomog. : Wigner-Fkt.

mikroskopisch

Ableitung der makroskop. Rategl. aus Quantenkinetik

Halbleiter-Block-gln. § 4.2 + phänomenolog. Stoptermine:

| | | |
|------------------|--|---|
| El. vert. flkt. | $\dot{f}_e(k,t) = \frac{1}{i} \Omega_p (p^*(k,t) - p(k,t)) - \frac{f_e}{T_1}$ | $\Omega_p = \frac{\mu \cdot E}{\hbar}$ Rabi-frequenz $\omega_p = \frac{E_c(k) - E_v(k)}{\hbar}$ opt. Übergangsfrequenz |
| Polarisation | $\dot{p}(k,t) = \frac{1}{i} \omega_p(k) p(k,t) + \frac{1}{i} \Omega_p (f_e + f_h - 1) - \frac{p}{T_2}$ | |
| Loch vert. flkt. | $\dot{f}_h = \dot{f}_e$ | |

T_1 Lebensdauer bzgl. Rekomb.
 T_2 Lebensdauer der Polarisation (Dephasierungszeit, Phasenrelax.zeit)

Adiab. Elim. der Polarisation:

$$0 = \dot{p} = \frac{1}{i} \omega_p p + \frac{1}{i} \Omega_p \underbrace{(f_e + f_h - 1)}_{\text{Inversion}} - \frac{p}{T_2}$$

$$\Rightarrow p = \frac{T_2}{1 + i \omega_p T_2} [-i \Omega_p (f_e + f_h - 1)]$$

$$= \frac{-i - \omega_p T_2}{1 + \omega_p^2 T_2^2} \Omega_p T_2 (f_e + f_h - 1)$$

$$p^* - p = -\frac{2i}{1 + \omega_p^2 T_2^2} \Omega_p T_2 (f_e + f_h - 1)$$

$$\Rightarrow \dot{f}_e = \underbrace{-\frac{2 \Omega_p^2 T_2}{1 + \omega_p^2 T_2^2}}_{g_0 N_{\text{photon}}} (f_e + f_h - 1) - \frac{f_e}{T_1}$$

$g_0 N_{\text{photon}}$, da $\Omega_p^2 \sim |\mathcal{E}|^2 \sim \text{Intensität} \sim N_{\text{photon}}$ Photonenzahl

mittlere El. dichte $n := \int f_e z d^3k$ im Leitungsband $z = \text{Zustandsdichte}$

" " $n_0 := \int (1 - f_h) z d^3k$ im Valenzband

$$\Rightarrow \dot{n}_e = \underbrace{-g_0 (n_e - n_0) N_{\text{photon}}}_{\text{Gewinn (gain) stim. Em. - Absorption}} - \underbrace{\frac{n_e}{T_1}}_{\text{Rekomb}} + \underbrace{j}_{\text{Pumpstrom } P} \quad j = \text{Injektionsstromdichte (Halbleiterlasen)}$$

Laser-Rategl.

Einstein (1917): $\overset{N_{\text{photon}} \sim I \text{ (Intensität)} \sim u \text{ (Energiedichte)}}{\text{Absorption } \overset{\uparrow}{\rightsquigarrow} B_{12} u n_e}$
 spontane Em. $\overset{\downarrow}{\rightsquigarrow} A_{21} n_e$
 stimulierte Em. $\overset{\downarrow}{\rightsquigarrow} B_{21} u n_e$ } Einstein-Koeff. A_{21}, B_{12}, B_{21}

ohne spontane Em.:

$$\dot{N}_{\text{photon}} = g_0 (n_e - n_0) N_{\text{photon}} - \frac{N_{\text{photon}}}{\tau_{\text{ph}}}$$

Fixpunkte ① $N_{\text{photon}} = 0, n_e = \beta T_1$ nicht lasend

$I \sim N_{\text{photon}}$ ②

(2) $n_e = n_0 + \frac{1}{g_0 \tau_{ph}}$, $N_{\text{photon}} \sim P - P_0$
 Laserbetrieb

