

English Summary:

4.5 Photon correlations

Field corr. fct. of 1st order $G^{(1)}(\tau_1, \tau_2, \tau) = \langle \hat{E}^{(-)}(\tau_1, t) \hat{E}^{(+)}(\tau_2, t+\tau) \rangle$
 probability to detect a photon at τ : $G^{(1)}(\tau, \tau, 0)$

Field corr. fct. of 2nd order $G^{(2)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, t_1, t_2, t_3, t_4) = \langle \hat{E}_1^{(-)} \hat{E}_2^{(-)} \hat{E}_3^{(+)} \hat{E}_4^{(+)} \rangle$
 temporal coherence of 1st order $g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle a^\dagger(t) a(t+\tau) \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle} \Rightarrow$ interference
 (normalized)

$$\text{of 2nd order } g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle a^\dagger(t) a^\dagger(t+\tau) a(t+\tau) a(t) \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle^2}$$

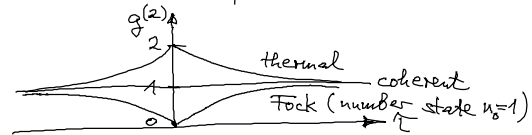
\Rightarrow 2-photon correlation (Hanbury-Brown-Twiss)

prob. to detect a photon at t and a photon at $t+\tau$

$$g^{(2)}(0)_{\text{therm}} = 2 \text{ (super-Poissonian)}$$

$$g^{(2)}(0)_{\text{laser}} = 1 \text{ (Poissonian)}$$

$$g^{(2)}(0)_{\text{Fock } |n_0\rangle} = 1 - \frac{1}{n_0} \text{ (sub-Poissonian)}$$



4.5.4 Bedingungen für nichtklassisches Licht

klassisch (Feldop. durch c-Zahlen ($\in \mathbb{C}$) ersetzt) folgt aus

Schwarz-Ungleichung $|\langle A^* B \rangle|^2 \leq \langle |A|^2 \rangle \langle |B|^2 \rangle$:

$$|\langle I(t) I(t+\tau) \rangle|^2 \leq \langle I^2(t) \rangle \langle I^2(t+\tau) \rangle$$

(Reihenfolge der Felder spielt keine Rolle: $I(t) I(t+\tau) = E^{(-)}(t) E^{(-)}(t+\tau) E^{(+)}(t+\tau) E^{(+)}(t)$)

$$\text{Quantenkohärenz: } \left\langle \begin{array}{c} : \\ I(t) I(t+\tau) \\ : \end{array} \right\rangle^2 \leq \left\langle \begin{array}{c} : \\ I^2(t) \\ : \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} : \\ I^2(t+\tau) \\ : \end{array} \right\rangle$$

\uparrow Normalordnung \uparrow $\langle a^\dagger a^\dagger a a \rangle$ $\langle a^\dagger a^\dagger a a \rangle$

$$[g^{(2)}(\tau)]^2 \leq [g^{(2)}(0)]^2$$

$$\boxed{g^2(\tau) \leq g^2(0)} \quad \text{gilt für therm. Licht und Laserlicht}$$

therm. $\langle \dots \rangle$: d.h. Photonen treffen lieber ohne Zeitdifferenz auf
 \Rightarrow photon bunching

therm. Licht: | | || || | | || |
bunch

kohärentes Licht: | | || | || | | | zufällig

Fock-Zustand: | | | | | |
anti-bunching

Nichtklass. Licht:

(I) $g^{(2)}(\tau) > g^{(2)}(0)$ anti-bunching
 „lieber nicht zusammen eintreffen“

(II) Eine andere nichtklass. Bed. ist

$$g^{(2)}(0) < 1$$

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^\dagger a a^\dagger a \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle^2} < 1 \quad \text{sub-Poisson-Verteilung}$$

(Poisson: $g^{(2)}(0) = 1$)

$$\Leftrightarrow \langle a^\dagger a a^\dagger a \rangle - \langle a^\dagger a \rangle^2 < 0$$

in P-Darstellung $\int P(\alpha, \alpha^*) (|\alpha|^4 - \langle a^\dagger a \rangle^2) d^2\alpha < 0$

$$\Leftrightarrow \int P(\alpha, \alpha^*) (|\alpha|^2 - \langle a^\dagger a \rangle)^2 d^2\alpha < 0$$

$$\text{denn } \int P(\alpha, \alpha^*) (|\alpha|^4 + \langle a^\dagger a \rangle^2 - 2|\alpha|^2 \langle a^\dagger a \rangle) d^2\alpha$$

$P(\alpha, \alpha^*)$ für klass. Licht ist positiv!

hier aber $P < 0$, da $(|\alpha|^2 - \langle a^\dagger a \rangle)^2 > 0$

$$\text{und } \int P(\alpha, \alpha^*) (|\alpha|^2 - \langle a^\dagger a \rangle)^2 d^2\alpha < 0$$

\Rightarrow nichtklass. Zustand (P ist keine klass. Verteilungsfkt!)
 keine Wahrscheinlichkeitsdichte!

= sub-Poisson-Verteilung

4.6 Quanten-Mastergl.

Vt. H.J. Carmichael: Stat. Methods in Quantum Optics, Vol. I
 (Master Eqs. and Fokker-Planck Eqs.)

Nichtgleichgewichtsdynamik: Dissipation in der Quantenmechanik

- System S (z.B. Atom oder harmon. Osz.) wechselwirkt mit Umgebung R
- Umgebung ist ein Reservoir im thermischen Gleichgewicht (Bad)
 \Rightarrow Dissipation (Dämpfung, Irreversibilität)

Ziel: Entwicklung einer Mastergl. für reduzierte Dichtematrix
des Systems $\hat{\rho}_S = \text{tr}_R \hat{\rho}_{SR}$

Voraussetzung: schwache Kopplung zwischen System u. Reservoir,
Reservoir (groß) nicht beeinflusst von WW

$$\Rightarrow \hat{\rho}_{SR} = \hat{\rho}_S(t) \otimes \hat{\rho}_R(0) + \hat{\rho}_c(t)$$

Kopplung

\Rightarrow damit $\hat{\rho}_S = \text{tr}_R \hat{\rho}_{SR}$ gilt, muss gelten: $\text{tr}_R \hat{\rho}_c(t) = 0$

Methode: Dichtematrixansatz im Wechselwirkungsbild

$$i\hbar \dot{\hat{\rho}}_{SR}^W = [\hat{V}, \hat{\rho}_{SR}^W] \quad \hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_W$$

$$\hat{V} = e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t} \hat{H}_W e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t}$$

(im Folgenden Index W und \wedge weglassen)

$$\hat{\rho}_{SR}^W = e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t} \hat{\rho}_{SR} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t}$$

formale Integration liefert

$$\hat{\rho}_{SR}(t) = \hat{\rho}_{SR}(0) - \frac{i}{\hbar} \int_0^t [V(t'), \hat{\rho}_{SR}(t')] dt' \quad (*)$$

$$\stackrel{\text{iterativ}}{\oplus} = \hat{\rho}_{SR}(0) - \frac{i}{\hbar} \int_0^t [V(t'), \hat{\rho}_{SR}(0)] dt' - \frac{1}{\hbar^2} \left\{ \int_0^t dt' \int_0^{t'} dt'' [V(t'), [V(t''), \hat{\rho}_{SR}(0)]] \right\}$$

- Iteration ergibt Potenzreihe in V,
aber für expon. Zerfall wären unendl. viele Integrationen nötig
 \Rightarrow Abbruch (Störungstheorie 2. Ordnung = Born'sche Näherung)

Differentiation nach t

$$(\dagger) \dot{\hat{\rho}}_{SR}(t) = -\frac{i}{\hbar} [V(t), \hat{\rho}_{SR}(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt' [V(t), [V(t'), \hat{\rho}_{SR}(t')]]$$

Annahmen: ① schwache Kopplung $\hat{\rho}_{SR} = \hat{\rho}_S(t) \otimes \hat{\rho}_R(0) + \hat{\rho}_c(t)$
 $\hat{\rho}_c(t) \approx 0$

② Markov-Annahme

- Bad hat viele Freiheitsgrade, also schnelle Dynamik, auf dieser schnellen Zeitskala ändert sich das System langsam (Zeitalentrennung)

d.h. Näherung $\hat{\rho}_S(t') \rightarrow \hat{\rho}_S(t)$

(nur 2. Ordn. in V)
Born'sche Näherung

Partielle Spurbildung über R

$$\dot{\hat{\rho}}_S(t) = -\frac{i}{\hbar} \text{tr}_R [V(t), \hat{\rho}_S(0) \otimes \hat{\rho}_R(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \text{tr}_R \int_0^t dt' [V(t), [V(t'), \hat{\rho}_S(t')] \otimes \hat{\rho}_R(0)]$$

Mastergleichung (Born-Markov-Näherung)

ψ
 Dgl. 1. Ordnung in ρ_S
 (Kenntnis zum Zeitpunkt $t=0$ reicht,
 keine Vergangenheit)

$$\dot{\rho}_S = \mathcal{L} \rho_S \quad \text{Liouville-Op. } \mathcal{L} \text{ (Super-Op.)}$$

also $\text{tr}_R [V, \rho_R(0)] = 0$ ($\langle \text{reservoir op.} \rangle_R = 0 \Rightarrow$ 1. Term R.S. fällt weg)

$$\dot{\rho}_S(t) = -\frac{1}{\hbar} \text{tr}_R \int_0^t dt' [V(t'), [V(t'), \rho_S(t')] \otimes \rho_R(0)] \quad \underline{\text{Quanten-Mastergl.}}$$