

English Summary:

Hydrodynamic balance equations:

(1)	$\dot{n} + \nabla(nv) = \varphi(n, \bar{E})$	electron density
(2)	$\dot{p} + (v \cdot \nabla)p + \frac{1}{n} \nabla(nkT_e) + e\bar{E} = -\frac{p}{\tau_m}$	mean momentum
(3)	$\dot{\bar{E}} + (v \cdot \nabla)\bar{E} + \frac{1}{n} \nabla(nkT_e v) - \frac{\kappa}{n} \Delta T_e + ev \cdot \bar{E} = -\frac{\bar{E} - \bar{E}_0}{\tau_e}$	mean energy

convection pressure heat flux Joule heating energy relaxation

$p = m^* v$, $\bar{E} = \frac{m^*}{2} v^2 + \frac{3}{2} kT_e$

$\frac{1}{\tau_e} = \frac{1}{\tau_e} + \varphi$, $\frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{\tau_m} + \varphi$
 g-r rate φ

Dynamische makroskopische elektr. Stromdichte \underline{j} folgt aus der Impulsbilanz:

$$\underline{j} = (-e)n\underline{v} = -\frac{e}{m^*}np$$

(2) $\Rightarrow \frac{d}{dt} \underline{j} = \frac{\partial}{\partial t} \underline{j} + (v \cdot \nabla) \underline{j} = \frac{e^2 n}{m^*} \underline{E} + \nabla \left(\frac{en}{m^*} kT_e \right) - (\nabla \cdot v) \underline{j} - \frac{\underline{j}}{\tau_m}$

Drift

kompress. Strömung

5.4 Drift-Diffusions-Gleichung

Annahme: Impuls- u. Energielaxation schneller als alle anderen Prozesse
 \Rightarrow adiab. Elimination von p und \bar{E}

Impuls: $\frac{d}{dt} p \equiv \frac{\partial}{\partial t} p + (v \cdot \nabla) p \approx 0$, $T_{ij} = T_e \delta_{ij}$

Ableitung im mitbewegten System

(2') $\frac{1}{n} \nabla(nkT_e) + e\bar{E} = -\frac{p}{\tau_m}$

$\Rightarrow \underline{j} = -en\underline{v} = -e \frac{n}{m^*} p = \underbrace{\frac{e}{m^*} \tau_m}_{\mu \text{ Mobilität}} ne \left(\bar{E} + \frac{1}{en} \nabla(nkT_e) \right)$

El. Stromdichte

Annahme: $\nabla T_e \approx 0$

$\Rightarrow \underline{j} = \underbrace{en\mu}_{\sigma = \text{el. Leitfähigkeit}} \left(\bar{E} + \frac{kT_e}{en} \nabla n \right)$

Einstein-Beziehung: $D := \frac{\mu kT_e}{e}$ Diffusionskonstante

$\Rightarrow \underline{j} = -en\underline{v} = \sigma \bar{E} + eD \nabla n$

Drift Diffusion

Für kleine Felder ist μ und D konstant
 Für große Felder hängt μ über τ_m und \bar{E} und n ab

$$\Rightarrow \boxed{\dot{n} = \varphi(n, \bar{E}) + D \Delta n + \nabla \cdot (n \mu \underline{E})} \quad (4)$$

Reaktions - Diffusion - Drift - gl.

Kontinuitätsgl. für Lochdichte $n_h = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}$

$$\dot{n}_h + \nabla \cdot \underbrace{\left(\frac{n_h \underline{v}}{e} \right)}_{\underline{j}_h/e} = \varphi_h(n, n_h, \underline{E})$$

$$\underline{j}_h = e n_h \underline{v} = \underbrace{e n_h \mu_h}_{\underline{j}_h} \underline{E} - e D_h \nabla n_h$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{n}_h = \varphi_h(n, n_h, \underline{E}) + D_h \Delta n_h - \nabla \cdot (n_h \mu_h \underline{E})} \quad (5)$$

Energiebilanz: räumliche + zeitliche Ableitungen vernachlässigbar

$$\Rightarrow \bar{E} = \bar{E}_0 + e \tau_e' \mu \underline{E}^2 \quad (6)$$

Joule'sche Wärme

gl. (4), (5), (6) sind die "klassischen" Halbleitertransportgleichungen

Bem.: Sie sind ergänzt durch die Maxwell-Gleichungen

$$(7) \quad \nabla \cdot \underline{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon} (n - n_h)$$

$$(8) \quad \nabla \times \underline{E} = -\mu_0 \mu \dot{H}$$

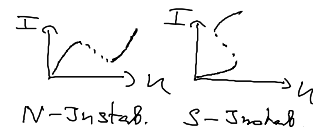
$$(9) \quad \nabla \cdot \underline{B} = 0$$

$$(10) \quad \nabla \times \underline{H} = \epsilon_0 \epsilon \dot{\underline{E}} + (\underline{j} + \underline{j}_h) \quad + \text{Randbed.}$$

\Rightarrow Die gln. (4) - (10) bilden die Basis zum Verständnis der wichtigsten Halbleiterelemente (pn-Übergang, Transistoren, Laserdiode)

Mit Hilfe der nichtlinearen Raten $\varphi(n, n_h, \underline{E})$ können auf dieser "vergrößerten" Beschreibungsebene viele nichtlineare Transportphänomene erklärt werden

- z.B. - negative differentielle Leitfähigkeiten
- Bistabilität
- Stromfilament, räumliche Strukturbildung
- chaotische Oszillationen



E. Schöll, Nonequilibrium Phase Transitions in Semiconductors - Self-Organization
Induced by Generation-Recombination Processes
Springer (1987), russ. transl. 1991

