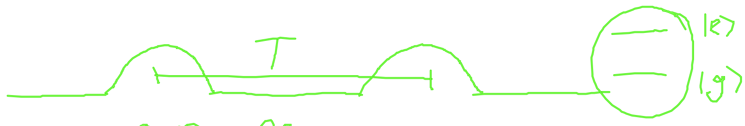
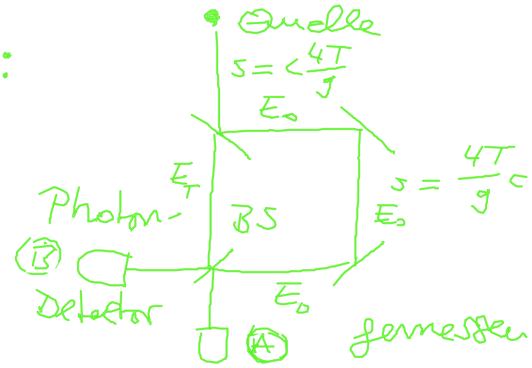
## Hong-Ou-Mandel Effekt: (PRL 59, 2044 (1987))

d.h. ununterscheidbare Photonen werden experimentell nachgewiesen

Pulssequenz




Messaufbau:




gemessen Felder $E_A, E_B$

d.h. die beiden Photonen, die durch die Anregung des Emitters erzeugt werden, überlagern sich „kohärent" am letzten Strahlteiler

$E_0 \hat{=}$ Photonwellenpaket at $t=0$

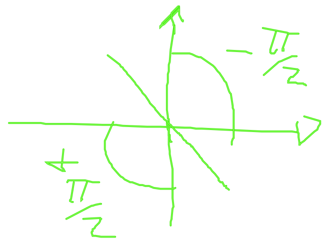
$E_T \hat{=}$ Photonwellenpaket at $t=T$

Strahlteiler: $E_A^{(+)} = \sqrt{T}\, E_T^{(+)} + \sqrt{R}\, E_0^{(+)}$

$$E_B^{(+)} = \sqrt{T}\, E_0^{(+)} - \sqrt{R}\, E_T^{(+)}$$

$T \hat{=}$ Transmissionskoeffizient

$R \hat{=}$ Reflexionskoeffizient




$$\boxed{T+R=1}$$

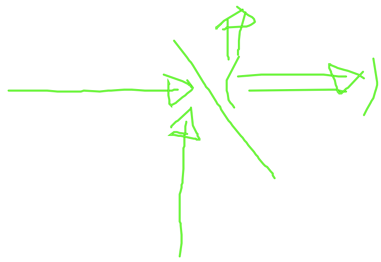
⇒ was passiert, wenn $E_0^{(\pm)} = E_T^{(\pm)}$
und $T = R = \frac{1}{2}$

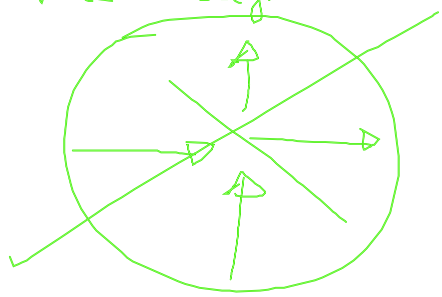
$$E_A^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(E_T^{(\pm)} + E_0^{(\pm)}\right) = \sqrt{2}\, E_{0/T}^{(\pm)} > 0$$

$$E_B^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(E_0^{(\pm)} - E_T^{(\pm)}\right) = 0$$

⇒ falls die E-Felder identisch sind, dann verschwindet das eine Feld hinter dem Strahlteiler

⇒ d.h. sie treffen aus verschiedenen Richtungen auf den Strahlteiler, verlassen ihn aber in derselben Richtungen

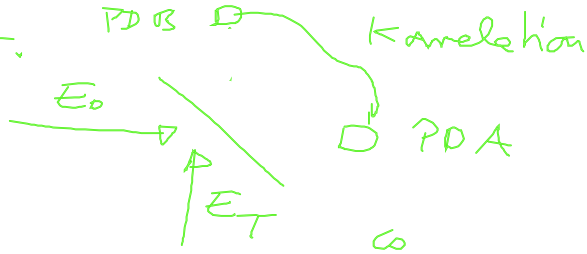




Argument umdrehen:

wenn ich nur in einem Strahlengang ein Signal am Photodetektor bekomme, obwohl sich die E-Felder mischen, hat es sich um ununterscheidbare Photonen gehandelt.

<u>Messgröße</u>:




$$\int_0^\infty dt\, G^{2}(t) = 0 = \int_0^\infty dt \langle E_A^{(-)} E_B^{(-)} E_B^{(+)} E_A^{(+)} \rangle$$

jetzt haben wir die Observable $[G^{(2)}(t)]$ für das HOM Experiment, also können wir Theorie betreiben $(\hbar = 1)$

$$H = \omega_{eg}\sigma_{ee} + \Omega(t)\left[\sigma_{eg} + \sigma_{ge}\right] + \int d\omega\, \omega\, c_\omega^\dagger c_\omega + \int d\omega\, g_\omega \left[c_\omega^\dagger \sigma_{ge} + h.c.\right]$$

$$|\psi(t)\rangle = c_e(t)|e\rangle + c_g(t)|g\rangle + \int d\omega \left\{ c_\omega^g(t)\, |g, 1_\omega\rangle + c_\omega^e\, |e, 1_\omega\rangle \right\} + \int d\omega \int d\omega'\, c^g_{\omega\omega'}\, |g, 1_\omega, 1_{\omega'}\rangle$$

wobei $|1_\omega\rangle$ bedeutet $|n_{\omega_1} n_{\omega_2} \dots n_{\omega_N}\rangle$

$n_{\omega_i} := 1$ , der Rest ist null

$n_{\omega_j} = 0 \ (j \neq i)$

wir wollen annehmen, dass $\Omega(t)$ ein Laserpuls ist, der das ZNS so schnell überbesetzt, dass das Photonenreservoir nicht reagiert

$$|g\rangle \xrightarrow[\Omega \neq 0]{\Delta t} |e\rangle \quad \text{so, dass}$$

$$\Delta t \, g_\omega \ll 1$$

$$|g\rangle \xrightarrow{\Omega(t)} |e\rangle \xrightarrow{g_\omega} \int d\omega \, |g, 1_\omega\rangle$$

$$\int d\omega \, |g, 1_\omega\rangle \xrightarrow{\Omega(t)} \int d\omega \, |e, 1_\omega\rangle \longrightarrow \underline{\underline{\int d\omega \int d\omega' \, |1_\omega, 1_{\omega'}\rangle}}$$

d.h. der Puls muss viel schneller sein als die Kopplung zum Reservoir, <u>und</u> dass das ZNS komplett seine Anregung ans Reservoir abgegeben hat

(I) $c_g(0) = 1 \longrightarrow c_e(0) = 1$ (sehr schnelle Anregung)

jetzt $\Omega = 0$

$$\dot{c}_e = -i g \int d\omega \, e^{-i(\omega - \omega_{eg})t} \, c_\omega^g \quad (g_\omega = g)$$

$$\dot{c}_\omega^g = -i g \, e^{i(\omega - \omega_{eg})t} \, c_e \quad [i\hbar \partial_t |\psi\rangle = H|\psi\rangle]$$

$$c_\omega^g(t) - c_\omega^g(0) = -ig\int_0^t dt'\, e^{i(\omega-\omega_{eg})t'} c_e(t')$$

$$\dot{c}_e(t) = -g^2 \int_0^t dt'\, e^{i\omega_{eg}(t-t')} c_e(t') \underbrace{\int d\omega\, e^{-i\omega(t-t')}}_{=\pi\delta(t-t')}$$

Näherungen exakt, da
$g_\omega \neq g$ und ich bin eindimensional geblieben

$$\dot{c}_e = -g^2 2\pi \int_0^t dt'\, \delta(t-t')\, e^{i\omega_{eg}(t-t')} c_e(t')$$

$$= -g^2 \frac{2\pi}{2} c_e(t) = -\Gamma c_e(t)$$

$$c_e(t) = \underbrace{c_e(0)}_{=1} e^{-\Gamma t}$$ (Wigner-Weisskopf-Fall)

$$c_g^\omega(t) = -ig\int_0^t dt'\, e^{i(\omega-\omega_{eg})t'} c_e(t')$$ vollständig bekannt

$$|\psi(t)\rangle = c_e(t)|e\rangle + \int d\omega\, c_\omega^g(t)\, |g, 1_\omega\rangle$$

warten wir bis $t = T$ geeignet so, dass $c_e(T) = 0$

und $\langle\psi(T)|\psi(T)\rangle = 1$

$$= |c_e|^2 + \int d\omega \int d\omega'\, c_\omega^{g*}(t)\, c_{\omega'}^g(t) \underbrace{\langle g, 1_{\omega'} | g, 1_\omega\rangle}_{=\delta(\omega-\omega')}$$

$$= |c_e(t)|^2 + \int d\omega\, |c_\omega^g(t)|^2$$

$$= -i\int_0^t dt'\, g\, e^{i(\omega-\omega_{eg})t'} c_e(t')$$

$$= |c_e(t)|^2 + \underbrace{\int d\omega\, g^2 \int_0^t dt' \int_0^t dt''\, e^{i\omega(t'-t'') - i\omega_{eg}(t''-t')}}_{2\pi\delta(t'-t'')} c_e^*(t') c_e(t'')$$

$$= |c_e(t)|^2 + 2\pi g^2 \int_0^t dt'\, |c_e(t')|^2$$

$$= e^{-2\Gamma t} + \underbrace{2\pi g^2}_{2\Gamma} \int_0^t dt'\, e^{-2\Gamma t'}$$

$$= e^{-2\Gamma t} + \cancel{2\Gamma}\left(-\frac{1}{\cancel{2\Gamma}}\right)\left[e^{-2\Gamma t} - 1\right] = 1$$

$$\left[\lim_{\varepsilon\to 0} \int_0^t dt'\, \delta_\varepsilon(t-t') f(t') = \frac{1}{2} f(t)\right]$$

$$c_e(T) = 0 \quad , \quad c_\omega^g(t) \xrightarrow{\Omega(t)} c_\omega^e(t)$$

sehr schnelle

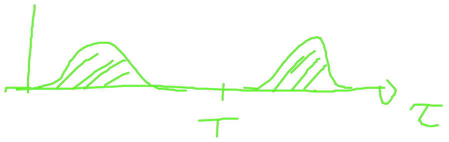
$$t \geq T: \quad |\psi(t)\rangle = \int_T^t dt_2\, e^{-\Gamma t_2 - i\omega_{eg} t_2} \underbrace{\int_0^\infty d\omega_2\, e^{i\omega_2 t_2} c_{\omega_2}^+}_{= E_T^{(-)}}$$

$$\int_0^t dt_1\, e^{-\Gamma t_1 - i\omega_{eg} t_1} \underbrace{\int_0^\infty d\omega_1\, e^{i\omega_1 t_1} c_{\omega_1}^+}_{= E_0^{(-)}} |g_1, \mathrm{vac}\rangle$$

Vollständige Zwei-Photon-Wellenfkt.

[Bylander, Eur. Phys. J D 22, 295 (2003)]

$|c_{\omega\omega'}^g|^2 \uparrow$




wir wollen die $G^{(2)}$-Funktion ausrechnen

$$\langle\psi| E_A^{(-)}(t_D) E_B^{(-)}(t_D+\tau) E_B^{(+)}(t_D+\tau) E_A^{(+)}(t_D)|\psi\rangle$$

$$E_A^{(-)} = \sqrt{T}\, E_T^{(-)} + \sqrt{R}\, E_0^{(-)}$$

$$E_B^{(-)} = \sqrt{T}\, E_0^{(-)} - \sqrt{R}\, E_T^{(-)}$$

$$\ldots\quad G^{(2)}(t_D,\tau) = g^4\pi^4 e^{-2\Gamma(2t_D+\tau)}\left[T^2+R^2-2RT\right].$$

unter der Annahme, dass $E_0$ und $E_T$ nur ein Photon beinhalten

dann gilt, falls der Beamsplitter perfekt ist, sowieso wegen $T=R=\frac{1}{2}$

$$G^{(2)}(t_D,\tau) = g^4\pi^4 e^{-2\Gamma(2t_D+\tau)}\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right] = 0$$

es gibt also keine Möglichkeit die „joint" Photondetektion erfolgreich zu messen

$\longrightarrow$ perfekte Ununterscheidbarkeit und dies unabhängig von $t_D, \tau$ und $\Gamma$, solange $\Gamma \neq 0$

$$H = \omega_{eg}\sigma_{ee} + \ldots$$
$$+\, \underline{\underline{\Delta(t)}}\,\sigma_{ee}$$

$$G^{(2)}(t_D,\tau) = g^4\pi^4 e^{-2\Gamma(2t_D+\tau)}\left[T^2+R^2-2RTe^{-\gamma\tau}\right]$$

$\gamma = \langle\langle \Delta(t) \rangle\rangle$
coloured noise
Phasenfluktuation
(oder pure dephasing)

$$\int_0^\infty dt_D \int_0^\infty d\tau \; G^{(2)}(t_D, \tau)$$

$$= \frac{g^4 \pi^4}{4\Gamma} \left\{ \frac{1}{2\Gamma}(T^2 + R^2) - \frac{1}{2(\Gamma+\gamma)} 2RT \right\}$$

$$\Gamma = g^2 \pi$$

$$= \frac{g^4 \pi^4}{8\Gamma^2} \left\{ T^2 + R^2 - \frac{2\Gamma}{2\Gamma+\gamma} 2RT \right\}$$

$$(T+R)^2 = T^2 + 2RT + R^2 = 1$$

$$T^2 + R^2 = 1 - 2RT$$

$$= \frac{\pi^2}{8} \left\{ 1 - 2RT - 2RT + \frac{\gamma}{2\Gamma+\gamma} 2RT \right\}$$

$$= \frac{\pi^2}{8} \left\{ 1 - 4RT + \frac{\gamma}{2\Gamma+\gamma} 2RT \right\} \overset{T=\frac{1}{2}=R}{=} \frac{\pi^2}{16} \frac{\gamma}{2\Gamma+\gamma}$$

d. h. für $\gamma \gg \Gamma$ sind die Photonen unterscheidbar wegen Frequenzfluktuation (stochastische Variable)