

Quanten-Zero-Effekt:

allgemeines Effkt?

Wir interessieren uns für eine Messung \hat{X} mit Eigenzuständen $|x_i\rangle\langle x_i|$ (Bsp. der Ort).

$$|\psi(t)\rangle = U(t, 0) |\psi(0)\rangle = U(t, 0) |x_0\rangle$$

System im Zustand $|x_0\rangle$ am Anfang

$$\begin{aligned} U(t, 0) &= e^{-\frac{i}{\hbar} H t} = 1 - \frac{i}{\hbar} H t + \frac{1}{2} \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 H^2 t^2 \\ &= 1 - \frac{i}{\hbar} H t - \frac{1}{\hbar^2} H^2 t^2 \end{aligned}$$

$$\langle x_0 | \psi(t) \rangle = \langle x_0 | U(t, 0) | x_0 \rangle$$

$$= 1 - \frac{i}{\hbar} \langle x_0 | H | x_0 \rangle t - \frac{1}{\hbar^2} \langle x_0 | H^2 | x_0 \rangle t^2$$

$$|\langle x_0 | \psi(t) \rangle|^2 =$$

$$= \langle x_0 | \psi(t) \rangle \langle \psi(t) | x_0 \rangle$$

$$= \left(1 - \frac{i}{\hbar} \langle H \rangle t - \frac{1}{\hbar^2} \langle H^2 \rangle t^2\right) \left(1 + \frac{i}{\hbar} \langle H \rangle t - \frac{1}{\hbar^2} \langle H^2 \rangle t^2\right)$$

Entwickeln t^2 , also t geeignet wählen

$$|\langle x_0 | \psi(t) \rangle|^2 = 1 - \frac{2}{\hbar^2} \langle H^2 \rangle t^2$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\hbar^2} \langle H^2 \rangle \tau^2 + \cancel{\frac{1}{\hbar} \langle H \rangle \tau} \\
& + \frac{1}{\hbar^2} \langle H \rangle^2 \tau^2 \\
= & 1 - \left(\frac{\tau}{\hbar} \right)^2 \underbrace{\left\{ \langle H^2 \rangle_0 - \langle H \rangle_0^2 \right\}}_{=: \text{Var}[H]_0}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_N &= \left(1 - \frac{\tau^2}{\hbar^2} \text{Var}[H]_0 \right)^N \\
&= \left(1 - \frac{N \tau^2}{N^2} \frac{\text{Var}[H]_0}{\hbar^2} \right)^N \quad N\tau = T \\
&\approx \left(1 - \frac{T^2}{N^2} \frac{\text{Var}[H]_0}{\hbar^2} \right)^N \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 1
\end{aligned}$$

Kann der Zustand sich nicht geändert haben!

Diskussion:

Durch die N -Messungen $[0, T]$ stören wir die Evolution des Systems und der Zustand, obwohl es sich ändern will, bleibt derselbe.

\Rightarrow hier aber: Messungen haben einen Einfluss auf die Systemdynamik
(hoch diskutiert nicht ob aber wie!)

ABER: Messungen finden aufgrund von Dissipation statt, hier wurde aber keine Dissipation zugrunde gelegt.

Messtheorie kommt stets zu kurz
(gefährliches Terrain)

- * Problem * wenn direkt an ein Bad gekoppelt (Modenkontinuum) findet man rein $\tau = \frac{1}{\Gamma} \rightarrow 0$, dass Wechselwirkung vernachlässigbar wird.
 \rightarrow das wird jetzt diskutiert



$$|\psi(0)\rangle = |e\rangle$$

$$H = d_0 \int d\omega \{ e^{i(\omega - \omega_0)t} \zeta_\omega + |g\rangle\langle e| + h.c. \}$$

$$\zeta_e(t) = \zeta_e(0) e^{-\Gamma t}$$

$$|\zeta_e|^2 = e^{-2\Gamma t} \rightarrow 0 \text{ rein Zero}$$



nicht mehr lösbar im Schrödinger-
Bild — Dichtematrix notwendig

Steady-State im g -Bild

$$\dot{\rho}_{ee} \equiv \{ |e\rangle\langle e|^2 \} = -\Gamma \rho_{ee} - 2\text{Im}[\Omega \rho_{eg}]$$

$$\dot{\rho}_{eg} = -\Gamma \rho_{eg} + \frac{i}{2} \Omega (2\rho_{ee} - 1)$$

$$t \rightarrow \infty \quad \dot{\rho}_{ij} = 0$$

$$\rho_{ee} = -\frac{1}{\Gamma} 2\text{Im}[\Omega \rho_{eg}]$$

$$\rho_{eg} = \frac{i}{2} \frac{\Omega}{\Gamma} (2\rho_{ee} - 1)$$

$$\rho_{ee} = \frac{\Omega^2/\Gamma^2}{1 + 2\frac{\Omega^2}{\Gamma^2}} = \frac{\alpha}{1 + 2\alpha}$$

(i) $\Gamma \rightarrow 0$, d.h. $\alpha = \infty \rightarrow \rho_{ee} = \frac{1}{2}$

(ii) $\Gamma = \Omega$, $\alpha = 1$, $\rho_{ee} = \frac{1}{3}$

(iii) $\Gamma \rightarrow \infty$, $\rho_{ee} \rightarrow \infty$, $\alpha \rightarrow 0$
kein Zero? aber vielleicht
braucht ρ_{ee} sehr lange, um
Null zu werden

$$S_{ee}(t) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + 2\Omega^2} \left\{ 1 - \left(\cos \mu t + \frac{3\Gamma}{4\mu} \sin \mu t \right) e^{-\frac{\Gamma}{4} t} \right\}$$

$$[S_{ee}(0)=1] + e^{-\frac{3}{4}\Gamma t} \left[\cos \mu t - \frac{\Gamma}{4\mu} \sin \mu t \right]$$

$$\mu = \sqrt{\Omega^2 - \frac{\Gamma^2}{16}}$$

$$\Gamma \gg \Omega, \quad \frac{\Gamma}{\Omega} \gg 1 \quad \text{und} \quad \frac{\Omega}{\Gamma} \ll 1$$

$$\mu = i \frac{\Gamma}{4}$$

$$S_{ee}(t) = \frac{1}{\frac{\Omega^2}{\Omega^2 + 2}} \left\{ 1 - \left\{ \cos \left(i \frac{\Gamma}{4} t \right) + \frac{3}{2} \sin \left(i \frac{\Gamma}{4} t \right) \right\} e^{-\frac{3}{4}\Gamma t} \right\}$$

$$+ e^{-\frac{3}{4}\Gamma t} \left\{ \cos \left(i \frac{\Gamma}{4} t \right) - \frac{1}{2} \sin \left(i \frac{\Gamma}{4} t \right) \right\}$$

$$\frac{1}{\frac{\Omega^2}{\Omega^2 + 2}} \ll 1$$

$$S_{ee}(t) = e^{-\frac{3}{4}\Gamma t} \left\{ e^{-\frac{\Gamma}{4}t} + e^{\frac{\Gamma}{4}t} + e^{-\frac{\Gamma}{4}t} - e^{\frac{\Gamma}{4}t} \right\}$$

$$= e^{-\Gamma t}$$

zerfällt immer, kein
Zeno, entspricht der
Intuition!

Γ , Amplituden-Noise, wir können
auch ein Phasen-Noise
→ pure dephasing

$$S_{ee} = 2 \operatorname{Im} [\Omega g_{eg}(t)]$$

$$S_{eg} = -\gamma S_{eg} - \frac{1}{2} \Omega (2S_{ee} - 1)$$

$$\gamma \gg \Gamma$$

$$\dot{g}_{ee} = 0 : g_{ee} \approx -\frac{\gamma}{\Omega} (2g_{ee} - 1)$$

(keine Amplitudenoszillationen)

$$\frac{g_{ee}(\Delta t) - \underbrace{g_{ee}(0)}_{=1}}{\Delta t} = -\frac{\Omega^2}{\gamma} (2g_{ee}(\Delta t) - 1)$$

(Δt geeignet)

$$\begin{aligned} g_{ee}(\Delta t) &= \left(\frac{-\Omega^2 \Delta t + 1}{\gamma} \right) \left(1 + \frac{2\Omega^2}{\gamma} \right)^{-1} \\ &= 1 - \frac{\Omega^2 \Delta t}{\gamma + 2\Omega^2 \Delta t} = 1 - \frac{\Omega}{\gamma} \frac{\Omega \Delta t}{1 + 2\frac{\Omega}{\gamma} \Delta t} \end{aligned}$$

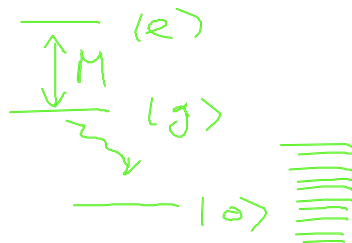
$$\frac{\Omega}{\gamma} \ll 1 \longrightarrow g_{ee}(\Delta t) = 1$$

Volke: Zeno-Effekt

(hat leider nichts mit Messprozessen)

im ZWS Messung stets Relaxation, und nicht assoziiert mit pure dephasing Prozess.

Beispiel:



$$H = -M (|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|)$$

$$-g_0 \int d\omega \left(|g\rangle \langle 0, 1_\omega| e^{i(\omega - \omega_g)t} + h.c. \right)$$

$$|u(t)\rangle = c_e |e\rangle + c_g |g\rangle + \int d\omega c_\omega |0, 1_\omega\rangle$$

$$\dot{c}_e = \langle e | \dot{u} \rangle = -iM c_g$$

$$\dot{c}_g = iM c_e + i g_0 \int d\omega c_\omega(t) e^{i(\omega - \omega_g)t}$$

$$\dot{c}_\omega(t) = i g_0 c_g e^{-i(\omega - \omega_g)t}$$

...

$$\dot{c}_g = -\kappa c_g(t) + iM c_e, \quad \kappa = g_0^2 \pi$$

$$\dot{c}_e = iM c_g$$

Lösung im Laplace-Raum

$$c_e(0) = 1$$

$$c_e(t) = e^{-\frac{\kappa}{2}t} \left\{ \cos \bar{M}t + \frac{\kappa}{2\bar{M}} \sin \bar{M}t \right\}$$

$$\bar{M} = \sqrt{M^2 - \frac{\kappa^2}{4}}$$

Grenzfälle: $\kappa \rightarrow 0 \quad c_e(0) = 1$

$\kappa \rightarrow 0 \quad c_e(t) = \cos \bar{M}t$



$\kappa \gg M$:

$$\bar{M} = i \sqrt{\frac{\kappa^2}{4} - M^2} \approx i \frac{\kappa}{2}, \quad \frac{\kappa}{2\bar{M}} \approx -i$$

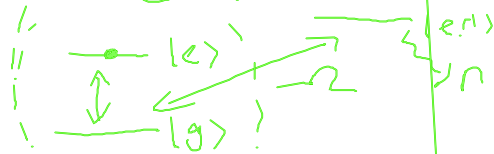
$$c_e(t) = e^{-\frac{\kappa}{2}t} \left\{ e^{i\bar{M}t} \frac{1}{2} + e^{-i\bar{M}t} \frac{1}{2} - i \sin \bar{M}t \frac{\kappa}{2} \right\}$$

$$= e^{-\frac{\kappa}{2}t} \left\{ e^{-\frac{\kappa}{2}t} + e^{\frac{\kappa}{2}t} - e^{-\frac{\kappa}{2}t} + e^{\frac{\kappa}{2}t} \right\}$$

= 1

Nature 403, 269 (2000) \rightarrow nachgewiesen
Myatt ... Wineland

\rightarrow falls der Verlust zu hoch ist,
 $\langle k \rangle \gg 1$, was einer Messung des
Grundzustandes entspricht,



Raum der Übergang von $|k\rangle$ - $|g\rangle$
nicht stattfinden, so weit, sogar,
dass das ZNS nicht erfüllt

ABER: Quanten-Zeno existiert nicht
allgemein, sondern nur für
spezielle Systeme.