

Theoretische Physik II: Quantenmechanik

Zur Motivation und Rolle der Quantenmechanik (QM)
innerhalb der (Theoretischen) Physik

Stand der Physik ~ 1900

Klassische Theorien:

- Klass. Mechanik: Theorie der Bewegung makroskopischer Körper
in Raum und Zeit
(Newton, Lagrange-Lamarismus, Hamilton, Hamilton-Jacobi)

Beschreibung des „Zustands“ des klassischen Systems

Hamilton: $q_1(t), \dots, q_f(t), p_1(t), \dots, p_f(t)$
generalisierte Koordinaten generalisierte Impulse

Dynamik: Hamiltonsche Gleichungen (DGLs)

Anfangsbedingungen legen die Bewegung des Systems
für alle Zeiten fest !!

⇒ deterministische Theorie

• Klassische Elektrodynamik

Die zentralen Größen sind die elektrischen Felder $\underline{E}(\underline{r}, t)$
und die magnetischen Felder $\underline{B}(\underline{r}, t)$

⇒ 'Feldtheorie'

Dynamik: Maxwell-Gleichungen

→ liefern z.B. die Beschreibung von Lichtwellen
(elektromagnet. Wellen)
auch hier: deterministische Theorie!

• Klassische Thermodynamik

→ Beziehungen zwischen thermodynamischen Potentialen
Energie, Wärme, Arbeit, Entropie

Grundgleichungen: 1. und 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Die klassischen Theorien versagen im Bereich der
atomaren Dimensionen (und typischerweise auch bei sehr tiefen
Temperaturen)

Beispiele für Phänomene, die durch die klass. Theorien
nicht erklärbar sind:

- Verhalten von Festkörpern bei tiefen Temperaturen
(spezifische Wärme, hier wichtig: Fermi-Statistik!)

- Kristallschwingungen (Phononen) und deren Statistik

- Supraleitung
 - Superfluidität
 - Tunnel effekt
 - Ferromagnetismus
- } makroskopische Quantenphänomene !

- Atom - und Kernphysik
(Spektren, Radioaktivität, Kernreaktion, Elementarpartikel)

- Chemie und Molekülphysik
Periodensystem der Elemente, Molekülschwingung,
chemische Bindung
⋮

Also: Quantenmechanik: Theorie, die Abläufe in atomarer Dimension beschreibt
($10^{-15} \text{ m} - 10^{-9} \text{ m}$)

Merkmale der Quantenmechanik:

o nicht-deterministisch!

- Grundgrößen (z.B. Impuls) sind nicht uneingeschränkt "scharf" messbar, sondern sind mit Unschärfen behaftet.

z.B. (sei i ein Teilchenindex)

$$\underbrace{\Delta q_i}_{\text{Unschärfe im Ort}} \underbrace{\Delta p_i}_{\text{Unschärfe im Impuls}} \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

h Planck'sches Wirkungsquantum
 $h = 6.624 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

- Ein Messprozess führt zu einer Störung des Systems!
(im Unterschied zu Phänomenen in der Klassik)

• Lineare Theorie in dem Sinne, dass die dyn. Gleichungen linear in den quantenmechanischen Zuständen sind

• Erweiterungen der Quantenmechanik: (nicht in der Theor. Physik II, sondern später)

- relativistische Quantentheorie

(wichtig z.B. für Quantenoptik, also die Wechselwirkung zw. Licht und quantenmechan. Materie)

⇒ Vorlesung Quantenmechanik II

- Quantenstatistik

Theorie von Vielteilchen Systemen aus quantenmechan. Teilchen, z.B. Festkörper bei tiefer Temperatur, Photonen...

⇒ Vorlesung Theor. Physik IV
Thermodynamik und Statistik

Inhalte dieser Vorlesung

I. Einführung, experimentelle Hinweise

II. Schrödinger'sche Wellenmechanik

→ Wellenfunktion, Schrödinger-Gleichung, Observablen...

III. Formalisierung der Quantenmechanik

→ Hilbertraum, Bilder, Messprozesse, Zeitentwicklung...

IV. Drehimpuls und Spin

→ Wasserstoffatom, Ankopplung an äußere Felder

V. Näherungsmethoden

I. Einführung: Experimentelle Hinweise auf die Quantenmechanik

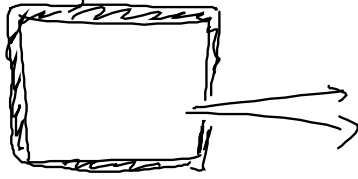
I.1. Planck'sches Strahlungsgesetz

→ Gesetz zur spektralen Energiedichte der Wärmestrahlung
(d.h. einer Form von elektromagnetischer Strahlung)
eines Festkörpers

alltägl.: Erfahrung: Festkörper können Wärme emittieren,
bei sehr hohen Temperaturen "gleichon"
sie sogar

Messung durch „Schwarzer Körper“ : Körper, der fast alle auf ihn auftreffende Strahlung absorbiert

Wärmeundurchläss. Wände



Reststrahlung, die aus dem Körper entweicht

⇒ im Wesentlichen identisch mit der Wärmestrahlung, die von innen auf die Wände fällt!

Spektrale Energiedichte

$$u = \frac{dU}{dV}$$

U: Energiedichte der elektromagn. Strahlung

$$\text{Elektrodyn. } u = \frac{1}{2} (\underline{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \underline{D}(\mathbf{r}, t) + \underline{H}(\mathbf{r}, t) \cdot \underline{B}(\mathbf{r}, t))$$

ν : Frequenz

Klassische Vorstellung

- Wärmestrahlung hat kontinuierliches Frequenzspektrum

$$0 \leq \nu \leq \infty$$

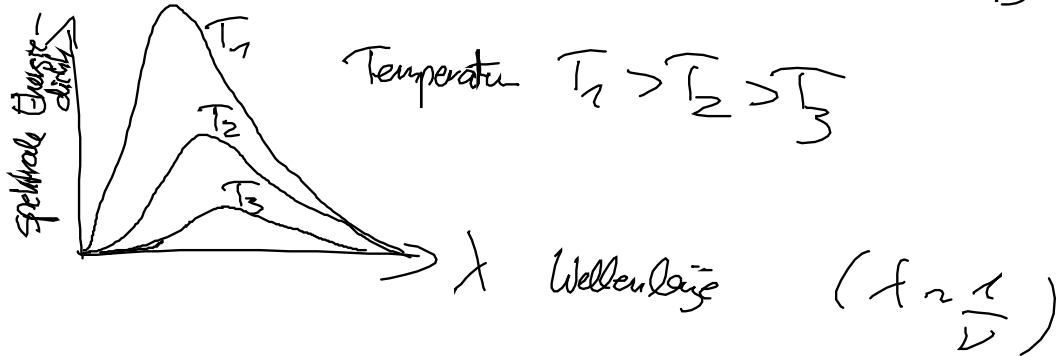
Frequenz

- Thermisches Gleichgewicht: Wände des Hohlraums emittieren und absorbieren Strahlung, beide Prozesse halten sich die Waage

→ Strahlung ist homogen und isotrop

(Beweis durch 2 Hauptsatz der Thermodynamik)

• Wärmestrahlung hängt nicht von der Beschaffenheit der Wände ab



Erster Ansatz: Wien'sches Gesetz (1896)

$$u = \frac{du}{d\nu} = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (*)$$

f Skalenfunktion, die nur vom Verhältnis $\frac{\nu}{T}$ abhängt

Folgerung: $u(T) = \int_0^{\infty} d\nu u(\nu, T) = \int_0^{\infty} d\nu \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$
gesamte Energiedichte

$$= \dots = \underbrace{\sigma}_{\text{Vorkonstant}} T^4$$

↑
Konstant

'Stefan-Boltzmann
Gesetz'
Experimentell bestätigt!

Frage: Was ist $f(\frac{\nu}{T})$?

Vorschlag von Wien: $u(\nu, T) = \nu^3 a e^{-b \frac{\nu}{T}}$
 $f(\frac{\nu}{T})$
 $a, b = \text{const}$

Es stellt sich heraus:

Nur kompatibel mit den experimentellen Ergebnissen bei niedrigen Temperaturen und hohen Frequenzen, also $b \frac{\nu}{T} \gg 1$

Alternativvorschlag zur Strahlungsfunktion $f(\frac{\nu}{T})$
von Lord Rayleigh (1900)

Ausgangspunkte

- i) Energie U des elektromagnet. Feldes im Hohlraum wird erzeugt durch System stehender elektr. und magnet. Wellen im Hohlraum (\rightarrow VL Elektrodynamik)
- ii) Thermodynamik: Jede stehende Welle liefert einen Beitrag von $\frac{1}{2} k_B T$ zur Energie !!

„Klassischer Gleichverteilungssatz“

(k_B : Boltzmannkonstante)

⇒ Ansatz für die spektrale Energiedichte und damit auch die Skalenfunktion

$$u(\nu, T) = \underbrace{\frac{dN(\nu)}{d\nu}}_{\text{Zustandsdichte (Anzahl der Volumenelemente Frequenz)}} \cdot \underbrace{2}_{\text{zwei Polarisationen}} \cdot \underbrace{2}_{\text{elektr. und magnet. Wellen}} \cdot \frac{k_B T}{\lambda}$$

$$= \dots = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} k_B T = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

mit $f\left(\frac{\nu}{T}\right) = 8\pi \frac{k_B}{c^3} \frac{T}{\nu}$ Rayleigh-Jeans-Formel

OK für kleine Frequenzen ν , aber völlig im Widerspruch zu Experimente bei hohen ν !

Das sieht man auch daran, dass

$$u(T) = \int_0^{\infty} d\nu \frac{u(\nu, T)}{\sim \nu^2} = \infty$$

„Ultraviolett-Katastrophe“



Lösung: Planck !!