Theoretische Physik IV: Thermodynamik & Statistik

Vorlesung SS 2018 : Kathy Lüdge

Mi 12:15 – 13:45
Fr 10:15 – 11:45

Anmeldung bis heute 18 Uhr!

Scheinkriterien: 50% Übungspunkte
50% Punkte in der Klausur
(50% – 40% Nachklausur)

Klausurtermin: Mi 11.7.

Webseite für aktuelle Infos: (193610)

Kontakt gern per Email.

Organisatorisch

Physikalisches Kolloquium: 2 Termine pflicht
dafür keine VL am 11.5.

▸ Was ist Thermodynamik?

mögliche Antwort: Die Verwaltung des Nichtwissens.

Bisher: Probleme mit wenigen Freiheitsgraden mit DGL und geg. Randbedingungen "gut" lösbar.

Jetzt: Große Systeme mit $N = 1\,\mathrm{Mol} \hat{=} 6{,}024 \cdot 10^{23}$ Teilchen
$\to f = 6N$ Freiheitsgrade
oder Festkörper mit freien Elektronen $N = 10^{23}$

$\rightarrow$ vollständige Beschreibung des $\qquad f = 6N$

<u>Mikrozustandes</u> zur Zeit t nicht möglich!

$\underline{r}_i(t)$, $\underline{p}_i(t)$ für $i = 1 \dots N$

$\langle s_1, \dots, s_N | \alpha, t \rangle$ für Spin $s_i = \pm \frac{1}{2}$

<u>Also</u>: Neue Beschreibung nötig.

Wir wissen nicht nichts sondern

typische makroskopische <u>Messgrößen</u> (Observablen) $\hat{=}$ <u>Mittelwerte</u> vom Mikrozustand

- Volumen, Temperatur, gesamt. Energie

Thermodynamischer Zustand $\hat{=}$ Makrozustand

<u>Fragen</u>:
- Wieviele Zustandsgrößen sind erforderlich? welche sind nützlich?
- Wie hängt makroskop. Größe mit mikroskop. Zustand zusammen?

- <u>Historisch</u>: Einteilung der Physik nach Sinneswahrnehmungen Optik, Akustik, Wärmelehre

- <u>Methodisch</u>: Statistische Physik als Methode zur Beschreibung von Systemen,
  - Flüssigkeiten
  - Gase
  - weiche Materie

  <u>oder</u>: Netzwerke, Epidemiologie

• Einteilung : a) Gleichgewichts Thermodynamik → überaus erfolgreich
• Betrieb von Maschinen
• Phasenübergänge

b) Nicht GG - Thermodynamik

• Strömung
• Wetter
• Strukturbildung

Inhalt der VL

• Statistische Grundlagen
→ methodisch nötig

• Statistischer Zugang zur GG Thermodynamik
(Informationstheoretisch)

• Phänomenologische Thermodynamik

• Modellsysteme → Gasgleichungen
Phasenübergänge
spezifische Wärme

---

1. Grundlagen

1.1. Wahrscheinlichkeitsbegriff

Ereignis : Messergebnis von Observablen
also Mikrozustand

Die Ereignisse bilden eine Boolsche Algebra $\mathcal{A}$

$\cup$ (Vereinigung : "oder")

$\cap$ (Durchschnitt : "und")

Für $A, B, C \in \mathcal{A}$ gilt

Kommutativgesetz $\quad A \cap B = B \cap A$
$\quad A \cup B = B \cup A$

Distributivgesetz $\quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Assoziativgesetz $\quad A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$\exists\, S$ (Einselement: "sicheres Ereignis") $\quad A \cap S = A$

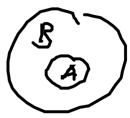
$\exists\, O$ (Nullelement: "leeres Ereignis") $\quad A \cup \sigma = A$

$\forall A \in \mathcal{A} \quad \exists B: \quad A \cap B = \sigma \;, \quad A \cup B = S$ $\quad$ Komplement

$\left(B = \neg A = \bar{A} \quad \text{nicht } A \right)$

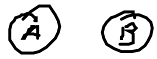
Induzierte Halbordnung:

$A \subseteq B \quad$ falls $\quad A \cap B = A$



(A impliziert B)

A und B sind disjunkt falls $\quad A \cap B = \sigma$



- Vollständig disjunkte Ereignismenge (sample set)

$\{ A_1, A_2, \ldots\ldots A_n \}$ $\quad$ mit $\quad A_i \cap A_j = A_i \delta_{ij}$

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = S$$

Beispiel: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ beim Würfel

NB: diese Menge bildet keine Algebra, da $\quad A \cup B \notin M$
$\bar{A} \notin M$

Wahrscheinlichkeit

- empirische Definition:

$$P(A) = \lim_{N \to \infty} \frac{N(A)}{N}$$

($\frac{N(A)}{N}$ relative Häufigkeit des Ereignisses A

$N(A)$ Zahl der Experimente mit Ergebnis A

N Zahl " ")

- axiomatische Definition (Kolmogoroff)

Sei $A \in \mathcal{A}$ (Boolsche Algebra)

Sei $S \in \mathcal{A}$ das sichere Ergebnis dann erfüllt die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ die Axiome:

$$P(A) \geq 0$$

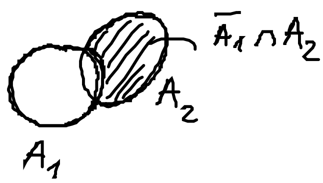
$$P(S) = 1$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

<u>Folgerung</u>: $P(A) + P(\bar{A}) = P(A \cup \bar{A}) = 1$

$$\Rightarrow P(A) \leq 1$$

Zerlegung in disjunkte Ereignisse: $A_1 \cup A_2 = \underline{A_1} \cup \left(\bar{A}_1 \cap A_2\right)$



(1) $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(\bar{A}_1 \cap A_2)$

(2) $P(A_2) = P(A_1 \cap A_2) + P(\bar{A}_1 \cap A_2)$

$$\Rightarrow \boxed{P(A_1 \cup A_2) \leq P(A_1) + P(A_2)}$$

speziell $\Rightarrow P(A_1) \leq P(A_2)$ falls $A_1 \subseteq A_2$

<u>Bedingte Wahrscheinlichkeit</u>

$$P(A|B) := \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Wahrscheinlichkeit von A unter der Bedingung dass B eingetreten ist.

A_1, A_2 heißen <u>unkorreliert</u>, falls

$$P(A_2 | A_1) = P(A_2)$$

$$\Leftrightarrow \quad P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$$

NB: somit folgt $P(A_1 | A_2) = P(A_1)$

<u>Zufallsvariable</u>

Eine Zufallsvariable ist gegeben durch

(i) eine Menge M von vollständig disjunkte Ereignisse (sample set) X_i

(ii) eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(X_i)$ über M

Es gilt die Normierung $\sum_i P(X_i) = 1$.

Für eine kontinuierliche Mengen $(x \in \mathbb{R})$ definiert

$$P(x' \leq x \leq x' + dx') = \rho(x')\, dx'$$