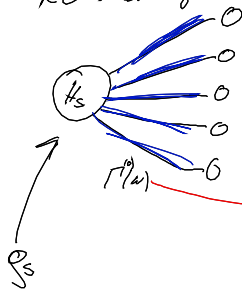
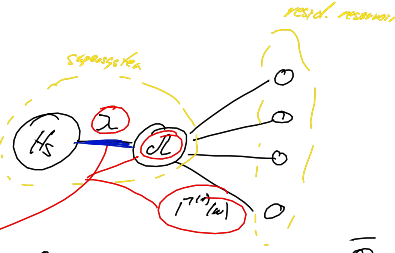


WdH

RC-Abbildung



=>



$$\dot{\rho}_S = \sum \rho_S \rightarrow \bar{\rho}_R = \frac{e^{-\beta H_R}}{Z_R}$$

$$\rho_S(t) = e^{Z^{-1}t} \rho_S(0) \quad \bar{\rho}_S = T_{RC} \{ \bar{\rho}_S \} \approx \left[ \frac{e^{-\beta H_S}}{Z_S} \right]$$

$$\rho_S(t) = T_{RC} \{ e^{Z^{-1}t} \rho_S(0) \} \neq \sum \rho_S(t) \text{ nicht-Markovsch}$$

Bsp:  $k_1 \rightarrow \text{---} \rightarrow k_2 \rightarrow \text{---} \rightarrow k_3$

periodisch getriebene Systeme

$$H(t) = H_0 + H_1 + H_2$$

$$H_S(t+T) = H_S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_S^{(n)} \cdot e^{-i n \omega t} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$H_S^{(n)} = \frac{1}{T} \int_0^T H_S(t) e^{-i n \omega t} dt$$

Bsp:  $H(t) = H_0 + \cos(\omega t) H_1$   
 $= H_0 + \left( \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} \right) H_1 \rightarrow H^{(0)} = H_0$   
 $H^{(+1)} = \frac{1}{2} H_1 = H^{(-1)}$

Floquet

$$\psi_S(t) = U_{Floquet}(t) e^{-i \bar{H} t}$$

$$U_{Floquet}(t+T) = U_{Floquet}(t)$$

$$U_{Floquet}(0) = I = U_{Floquet}(i \cdot T)$$

$$U_{Floquet}^\dagger A U_{Floquet} = e^{+i \bar{H} t} \frac{U_{Floquet}^\dagger A U_{Floquet}}{\sum_n A_n e^{-i \omega n t}} e^{-i \bar{H} t}$$

$$U_{Floquet}(T) = e^{-i \bar{H} T}$$

$$U_{Floquet} = \sum_n |r_n\rangle \langle r_n|$$

$$\bar{H} = \sum_n \epsilon_n |r_n\rangle \langle r_n| \rightarrow U_{Floquet} = \sum_n e^{-i \epsilon_n T} |r_n\rangle \langle r_n|$$

"Floquet-Zustände"

"Quasi-Energie"

- + nur für ungerade Systeme exakt lösbar
- + allg: nur störungs theoretisch beschreibbar
- + Floquet-Zustände wissen

$$|r_n\rangle = \sum_n |r_n\rangle e^{i n \omega t} \Rightarrow |r_E\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |r_n\rangle \otimes |r_n\rangle$$

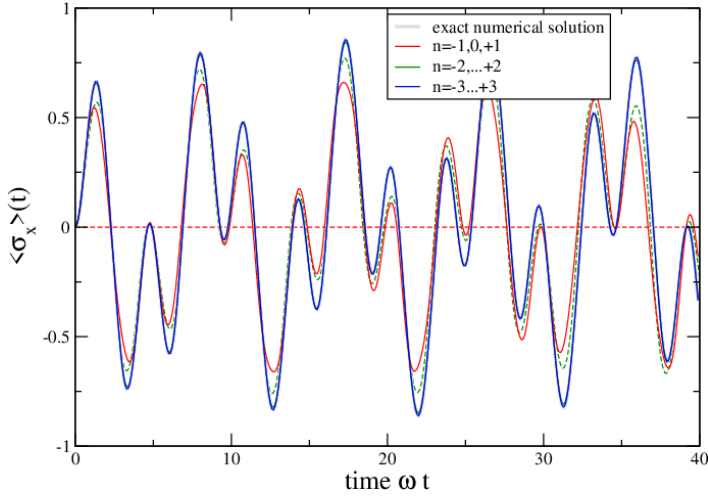
$$[H_S(t) - i \partial_t] |r_n\rangle = \epsilon_n |r_n\rangle$$

$$\Leftrightarrow H_E |r_E\rangle = \epsilon_E |r_E\rangle$$

$$\begin{pmatrix} H_0 - i \partial_t & H_1 & & \\ & H_0 & H_1 & \\ & & H_0 & H_1 \\ & & & \ddots \end{pmatrix} = H_E$$

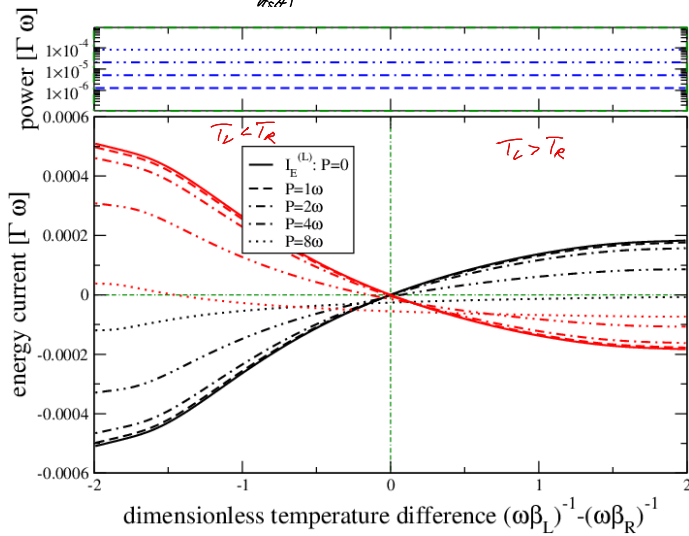
Bsp:  $H(t) = \frac{\hbar}{2} \dot{\sigma}^z + \lambda \cos(\omega t) \dot{\sigma}^x$   $\left\{ \hbar \omega \{-2, -1, 0, +1, +2\} \right\}$

$$H_E = \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2} \dot{\sigma}^z & \lambda \dot{\sigma}^x \\ \lambda \dot{\sigma}^x & \frac{\hbar}{2} \dot{\sigma}^z \end{pmatrix} \left\{ \hbar \omega \{-1, 0, +1\} \right\}$$

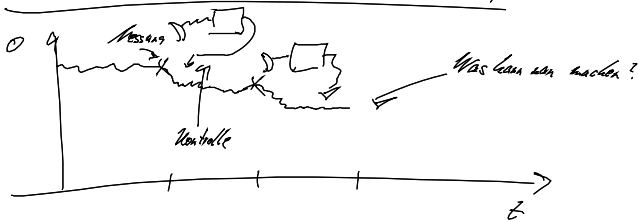


• Ableitung einer KE  $\rightarrow$  Störloskühlung ist oft kritisch  
 $\rightarrow$  KE beschreibt Abhängige zwischen Floquet-Zuständen  $\rightarrow$  keine Trennung

• Bsp:  $H(t) = \frac{\hbar}{2} \dot{\sigma}^z + P \dot{\sigma}^x e^{-i\omega t} + P \dot{\sigma}^x e^{+i\omega t} + \dot{\sigma}^x \sum_{k \neq 0} (\hbar \omega_k b_{k-} + \hbar \omega_k^* b_{k+}) + \sum_{k \neq 0} \hbar \omega_k b_{k-}^\dagger b_{k+}$



### 6 Rückkopplungs kontrolle (feedback control)



## G.1. Messung

### G.1.1. Projektive Messung

$$\hat{O} = \sum_l O_l |l\rangle\langle l| \quad |z_0\rangle \xrightarrow{e} |z_0^{(e)}\rangle = \frac{P_e |z_0\rangle}{\sqrt{\mu(e)}}$$

$g \quad \uparrow \quad \uparrow P_e \quad P_e^2 = P_e$   
 Observable    EW    EZ

$$\mu(e) = \langle z_0 | P_e | z_0 \rangle = |\langle z_0 | e \rangle|^2$$

für DA analog:  $\uparrow$  IS vor der Messung  
 $\mu(e) = \text{Tr}\{P_e \rho\} = \langle e | \rho | e \rangle$  WS für Ergebnis  $e$

$$\rho \xrightarrow{e} \frac{P_e \rho P_e}{\text{Tr}\{P_e \rho\}} = \frac{P_e \rho P_e}{\mu(e)} \quad \text{DA nach der Messung mit Erg. } e$$

#### Probleme

- Was ist ein Detektor?
  - Messfehler?
  - wiederholte Messungen?
  - instantane Kopplung
- } kann durch schwache Messung verbessert werden

### G.1.2. Schwache Messungen

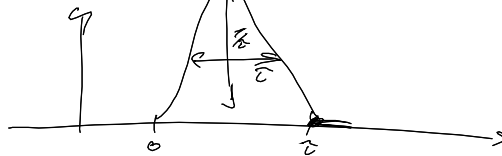
Allg. Abt.-messung auch durch einen Satz von Messoperatoren  $M_n$  beschrieben, welche mit dem Messergebnis  $n$  korrespondieren "POVM"

- $\sum_n M_n^\dagger M_n = \mathbb{1}$
- $\mu(n) = \text{Tr}\{M_n^\dagger M_n \rho\}$
- $\rho^{(n)} = \frac{M_n \rho M_n^\dagger}{\mu(n)}$

- falls  $M_n = |n\rangle\langle n| \rightarrow$  Messung wird projektiv
- $M_n$  können aus projektiven Messungen auf System + Detektor entkoppelt werden

$$H(t) = H_S + H_D + g(t) H_{SD}$$

$\uparrow \quad \uparrow$   
 System    Detektor



- + vordr. Messung: S & D sind entkoppelt
- + Messung beginnt bei  $t=0$ , S & D sind gekoppelt  $\mu_c(\bar{v}) = \frac{1}{\bar{v}} \exp\left\{-i \int_0^{\bar{v}} H(t) dt\right\}$
- + Messung endet mit einer projektiven Messung auf D

$$\rho(\bar{v}) = \mu_c(\bar{v}) \left( \rho_S^0 \otimes |0\rangle\langle 0| \right) \mu_c^\dagger(\bar{v})$$

Messstärke

$$\text{für } \bar{v} \rightarrow 0: \mu_c = e^{-i \int_0^{\bar{v}} g(t) dt \cdot H_{SD}} = e^{-i \lambda \cdot H_{SD}}$$

Bsp:  $H_{SD} = \frac{1}{2} [a - b^\dagger] \otimes (a + a^\dagger)$

$\downarrow$   
 $16 \times 16$

$$b^\dagger = (17 \times 17) - (16 \times 16)$$

GZ des  $\neq 0$

$$\rho(0) = \rho_S^0 \otimes |0\rangle\langle 0| \quad \text{ZS vor Messung}$$

$$\mu_c = e^{-i \lambda H_{SD}} = \mathbb{1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i \lambda)^n}{n!} H_{SD}^n = \mathbb{1} + 16 \times 16 \left( e^{-i \lambda (a + a^\dagger)} - \mathbb{1} \right)$$

$$= (17 \times 17) \otimes \mathbb{1} + 16 \times 16 \otimes e^{-i \lambda (a + a^\dagger)}$$

$$\rho(0^+) = U_c \rho(0^-) U_c^\dagger$$

$$M_0 \rho_0^0 M_0^\dagger = \text{Tr} \{ |0\rangle\langle 0| U_c \rho(0^-) U_c^\dagger |0\rangle\langle 0| \} = \langle 0 | U_c \rho(0^-) U_c^\dagger | 0 \rangle$$

$M_n$  analog

$$\rho(0^+) = \left( |1\rangle\langle 1| \rho_0^0 |1\rangle\langle 1| \right) \otimes \left( |0\rangle\langle 0| \right) + \left( |1\rangle\langle 1| \rho_0^0 |1\rangle\langle 1| \right) \otimes \left( e^{-i\lambda(a+a^\dagger)} |0\rangle\langle 0| e^{+i\lambda(a+a^\dagger)} \right) \\ + \left( |1\rangle\langle 1| \rho_0^0 |1\rangle\langle 1| \right) \otimes \left( e^{-i\lambda(a+a^\dagger)} |0\rangle\langle 0| \right) + \left( |1\rangle\langle 1| \rho_0^0 |1\rangle\langle 1| \right) \otimes \left( |0\rangle\langle 0| e^{+i\lambda(a+a^\dagger)} \right)$$

$$\text{Nur } \langle 0 | e^{i\lambda(a+a^\dagger)} | 0 \rangle = \langle 0 | e^{i\lambda a^\dagger} e^{i\lambda a} e^{-\frac{i}{2}[\lambda a^\dagger, i\lambda a]} | 0 \rangle \\ = e^{-\lambda^2/2} \langle 0 | e^{i\lambda a^\dagger} e^{i\lambda a} | 0 \rangle = e^{-\lambda^2/2}$$

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= |1\rangle\langle 1| + e^{-\lambda^2/2} |1\rangle\langle 1| \\ M_{2n} &= \frac{\lambda^n \cdot e^{-\lambda^2/2}}{n!} |1\rangle\langle 1| \end{aligned} \right\} M_0^\dagger M_0 + \sum_{n=1}^{\infty} M_n^\dagger M_n = \underline{1}$$

a.) Ergebnis der Messung von  $\hat{O} = a^\dagger a$  sei  $k \geq 1$

$$P(k \geq 1) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda^2}}{k!} \langle 1 | \rho_0^0 | 1 \rangle$$

b.) Ergebnis sei  $k = 0$

$$P(0) = \langle 1 | \rho_0^0 | 1 \rangle + \underbrace{\langle 1 | \rho_0^0 | 1 \rangle \cdot e^{-\lambda^2}}_{\text{Messfehler}}$$

für  $\lambda \rightarrow \infty$  wird die Messung perfekt