

• Wdlt

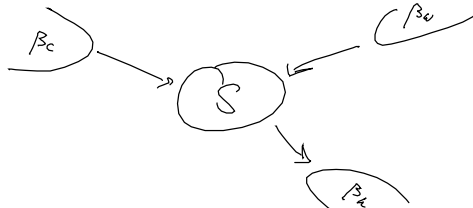
• Phononen-gekoppeltes Tunneln



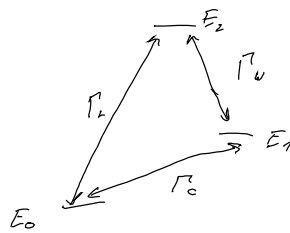
→ Effizienz für Umwandlung von Wärme in elektr. Arbeit $P = -\dot{I}_L \langle \mu_L - \mu_R \rangle$
 elektr. Leistung

$$\eta \leq \eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{warm}}}{T_{\text{cool}}}$$

• kann man mit 3 Terminals das kälteste Reservoir überlegen (zur Energie-Abgabe)



⇒ man braucht mindestens 3 Level in S



brauchen selektives Treiben von Übergängen

+ SD's gekoppelt

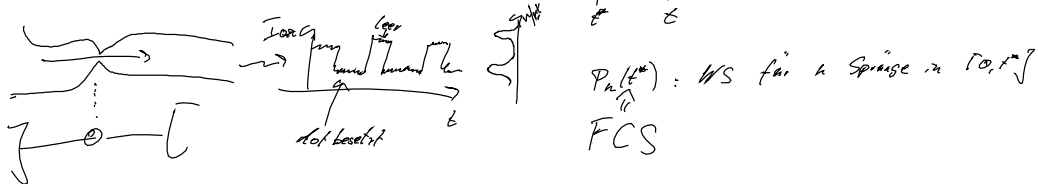
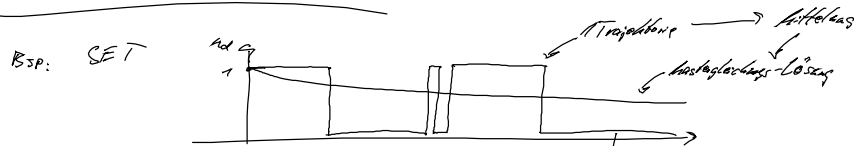
$$+ W_{ij}^{(n)} = [\Gamma_{E_i \times E_0} + \Gamma_{E_0 \times E_n}] \otimes B_C$$

$$B_C = \sum_n (h \text{ oder etc.})$$

↻ soll druckscheitlicher sein als ↻
 geht wenn $\beta_R (E_1 - E_0) < \beta_C (E_1 - E_0)$

$$\Rightarrow \overline{I}_E^{(C)} > 0$$

3. Full Counting Statistics (FCS)



$$P_n(t^*) : \text{WS für } n \text{ Sprünge in } [0, t^*]$$

FCS

3.1. Physikalische Einführung von Zählfeldern

3.1.1. Nur ein Sprungtyp

$$Z = Z_0 + Z_1$$

↳ kein Sprung ↳ beschrifteter Sprung

$$\dot{\rho} = Z \rho$$

Bsp: SET #: Sprünge über hohe Barriere

$$Z_1 = \begin{pmatrix} 0 & \Gamma_e(1-k_e) \\ \Gamma_i \cdot k_i & 0 \end{pmatrix}$$

$$Z_0 = \begin{pmatrix} -\Gamma_e k_e - \Gamma_i k_i & \Gamma_e(1-k_e) \\ +\Gamma_e k_e & -\Gamma_e(1-k_e) - \Gamma_i(1-k_i) \end{pmatrix}$$

⇒ Wie bekommt man die Anzahl der Sprünge in $[0, t]$

propagator $\mathcal{P}(t) = e^{Z \cdot t}$

$$\mathcal{P}(t) = e^{Z \cdot t} \rho_0 = \mathcal{P}(t) \rho_0$$

$$\varphi(t) = e^{z_0 t} \tilde{\varphi}(t)$$

$$\cancel{z_0} \varphi + e^{z_0 t} \tilde{\varphi}' = \cancel{z_0} \varphi + z_1 e^{z_0 t} \tilde{\varphi}$$

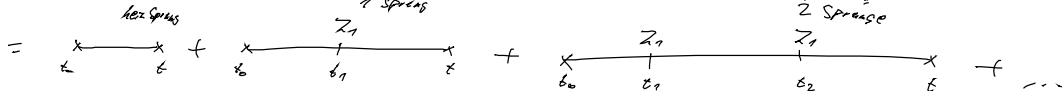
$$\leadsto \tilde{\varphi}' = e^{-z_0 t} z_1 e^{z_0 t} \tilde{\varphi}$$

$$\int_{t_0}^t : \tilde{\varphi}(t) = \varphi_0 + \int_{t_0}^t e^{-z_0 t_1} z_1 e^{z_0 t_1} \tilde{\varphi}(t_1) dt_1$$

$$\tilde{\varphi}(t) = \varphi_0 + \int_{t_0}^t e^{-z_0 t_1} z_1 e^{z_0 t_1} \varphi_0 + \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} e^{-z_0 t_1} z_1 e^{z_0 t_1} e^{-z_0 t_2} z_1 e^{z_0 t_2} \tilde{\varphi}(t_2)$$

$$= \left[\varphi_0 + \int_{t_0}^t e^{-z_0 t_1} z_1 e^{z_0 t_1} \varphi_0 + \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} e^{-z_0 t_1} z_1 e^{z_0 t_1} e^{-z_0 t_2} z_1 e^{z_0 t_2} + \dots \right] \varphi_0$$

$$\varphi(t) = \left[e^{z_0 t} + \int_{t_0}^t e^{z_0(t-t_1)} z_1 e^{z_0(t_1-t_0)} + \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} e^{z_0(t-t_1)} z_1 e^{z_0(t_1-t_2)} z_1 e^{z_0(t_2-t_0)} + \dots \right] \varphi_0$$



$$\Rightarrow P_n(t) = \text{Tr} \left\{ \int_{t_0}^t dt_1 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} e^{z_0(t-t_1)} z_1 e^{z_0(t_1-t_2)} \dots e^{z_0(t_{n-1}-t_0)} z_1 e^{z_0(t_0-t_0)} \varphi_0 \right\}$$

konst. u. unvar.

Struktur einer Faltung: $\dot{\varphi} = z \varphi \rightarrow$ Laplace-Transform $\varphi(z) = \int_0^\infty \varphi(t) e^{-z t} dt$

$$z \cdot \varphi(z) - \varphi_0 = z \varphi(z)$$

$$[z \cdot \mathbb{1} - z] \varphi(z) = \varphi_0 \quad \varphi(z) = [z \cdot \mathbb{1} - z]^{-1}$$

$$\leadsto \varphi(z) = [z \cdot \mathbb{1} - z]^{-1} \varphi_0$$

$$\boxed{\varphi_0(z) = [z \cdot \mathbb{1} - z_0]^{-1}}$$

$$\varphi(z) = [z \cdot \mathbb{1} - z_0 - z_1]^{-1}$$

$$= [(z \cdot \mathbb{1} - z_0) (\mathbb{1} - (z \cdot \mathbb{1} - z_0)^{-1} z_1)]^{-1}$$

$$= [\mathbb{1} - \varphi_0(z) z_1]^{-1} \cdot \varphi_0(z)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} [\varphi_0(z) \cdot z_1]^k \varphi_0(z) = \varphi_0(z) + \varphi_0(z) z_1 \varphi_0(z) + \dots$$

LT von $P_n(t)$ $P_n(z) = \int_0^\infty P_n(t) e^{-z t} dt$

$$= \text{Tr} \left\{ [\varphi_0(z) z_1]^k \varphi_0(z) \varphi_0 \right\}$$

$$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

Wie projiziert man die gewünschte Trajektorie heraus

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{+i\lambda z} e^{-i\lambda z} dz = \delta_{nn}$$

$$Z_1 \rightarrow Z_1 \cdot e^{+iz}$$

$$Z \rightarrow Z(z) = Z_0 + e^{+iz} Z_1$$

$$P_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \underbrace{\text{Tr} \{ e^{Z(z) \cdot t} \rho_0 \}}_{M(z,t)} e^{-i\lambda z} dz$$

z heißt Zählfeld

Ergebnis ist Beschreibung durch Moment oder Korrelanten

$$M(z,t) = \text{Tr} \{ e^{Z(z) \cdot t} \rho_0 \} = \sum_n e^{-i\lambda z} P_n(t)$$

$$\langle n^k \rangle = \sum_n n^k P_n(t) = (-i \partial_z)^k M(z,t) \Big|_{z=0}$$

k -tes Moment wird durch Ableiten erhalten

$$\text{LT: } M(z,t) = \text{Tr} \{ [zQ - Z(z)]^{-1} \rho_0 \}$$

$$C(z,t) = \ln M(z,t) = \ln \text{Tr} \{ e^{Z(z) \cdot t} \rho_0 \}$$

Korrelator-generierende Fkt

$$\langle\langle n^k \rangle\rangle = (-i \partial_z)^k C(z,t) \Big|_{z=0}$$

- $\langle\langle n \rangle\rangle = \langle n \rangle$
 - $\langle\langle n^2 \rangle\rangle = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$
 - $\langle\langle n^3 \rangle\rangle = \langle n^3 \rangle - 3\langle n \rangle \langle n^2 \rangle + 2\langle n \rangle^3$
- ↑
Schiefe / Skewness



• Bsp: SET: zähle Gesamtzahl der Sprünge rein

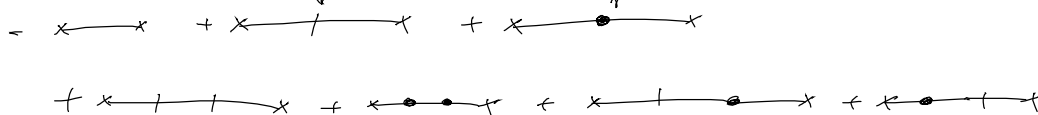
$$Z(z) = \begin{pmatrix} -\Gamma_L \rho_L - \Gamma_R \rho_R & +\Gamma_L(1-\rho_L) + \Gamma_R(1-\rho_R) \\ +\Gamma_L \rho_L + \Gamma_R \rho_R & -\Gamma_L(1-\rho_L) - \Gamma_R(1-\rho_R) \end{pmatrix} e^{+iz}$$

3.1.2. Verschiedene Sprungtypen

$$P(z) = \sum_{n=0}^{\infty} [P_0(z) Z_1]^n P_0(z) \quad P_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} [P_{\infty}(z) Z_2]^n P_{\infty}(z)$$

erhält man Sprung Typ 2
Sprung Typ 1

$$P(z) = P_{\infty}(z) + P_{\infty}(z) Z_1 P_{\infty}(z) + P_{\infty}(z) Z_2 P_{\infty}(z) + \dots$$



t ...

$$z_1 \rightarrow z_1 e^{+iz} \quad z_2 \rightarrow z_2 e^{-iz}$$

$$\leadsto M(z, \xi, t) = T, \left\{ e^{[z_0 + z_1 e^{+iz} + z_2 e^{-iz}]t} \rho_0 \right\}$$

3.1.3. Netto-Transfer

$$P_n(t) = \sum_{k=0, n} P_{n+k, n}(t) \delta_{k=0-n, n}$$

↑
Netto-Transfer

Ersetzung $z_1 \rightarrow z_1 e^{+iz}$ $z_2 \rightarrow z_2 e^{-iz}$ macht den Job

$$Z(z) = z_0 + e^{+iz} z_+ + e^{-iz} z_-$$

BSP: SET: WS-Verteilung für Netto-Transfer von n Teilchen aus der linken Bad

$$Z(z) = \begin{pmatrix} -\Gamma_L f_L - \Gamma_R f_R & +\Gamma_L(t-f_L)e^{-iz} + \Gamma_R(t-f_R) \\ +\Gamma_L f_L e^{+iz} + \Gamma_R f_R & -\Gamma_L(t-f_L) - \Gamma_R(t-f_R) \end{pmatrix}$$

3.1.4. Langzeit-Dynamik

$$C(z, t) \approx \lambda_{\text{dom}}(z) \cdot t$$

$\lambda_{\text{dom}}(z)$ ist der EV von $Z(z)$ mit dem größten Realteil

$$\lambda_{\text{dom}}(0) = 0 \quad \Re(\lambda_i \neq \lambda_{\text{dom}}) \leq 0$$

$$M(z, t) = T, \left\{ e^{Z(z) \cdot t} \rho_0 \right\} = \underset{t \rightarrow \infty}{\Rightarrow} T, \left\{ Q(z) \begin{pmatrix} e^{\lambda_{\text{dom}}(z) \cdot t} & & & \\ & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} Q^{-1}(z) \rho_0 \right\}$$

← Perron

$Z(z) = Q(z) Z_f(z) Q^{-1}(z)$
Jordan-Block-Form $\begin{pmatrix} \lambda_{\text{dom}}(z) & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \lambda_n(z) \end{pmatrix}$

$$\leadsto C(z, t) = \ln M(z, t) = \lambda_{\text{dom}}(z) \cdot t + \ln \hat{C}(z) \leadsto \approx \lambda_{\text{dom}}(z) \cdot t$$

$$\text{Strom: } I = \frac{d}{dt} \langle n \rangle \approx (-i) \partial_z \lambda_{\text{dom}}(z) |_{z=0}$$

$$\text{Noise: } S = \frac{d}{dt} [\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2] \approx (-i \partial_z)^2 \lambda_{\text{dom}}(z) |_{z=0}$$