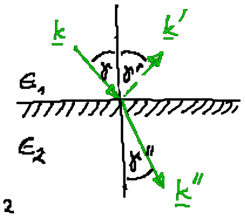
English Summary:

Refraction and reflection

$$\boxed{\begin{array}{l} \sin\gamma = \sin\gamma' \\ \dfrac{\sin\gamma''}{\sin\gamma} = \dfrac{c_2}{c_1} = \dfrac{n_1}{n_2} \end{array}}$$

law of reflection

law of refraction



amplitudes (Fresnel formulae): $R = \left|\dfrac{E_{02}'}{E_{02}}\right|^2$ reflection coefficient

$T = \left|\dfrac{E_{02}''}{E_{02}}\right|^2$ transmission coefficient

(a) polarization of $\underline{E} \perp$ plane of incidence: $\boxed{R_\perp = 1 - T_\perp = \dfrac{\sin^2(\gamma'' - \gamma)}{\sin^2(\gamma'' + \gamma)}}$

(b) " $\parallel$ plane of incidence: $\boxed{R_\parallel = 1 - T_\parallel = \dfrac{\tan^2(\gamma'' - \gamma)}{\tan^2(\gamma'' + \gamma)}}$

6. Relativistische Formulierung der Elektrodynamik

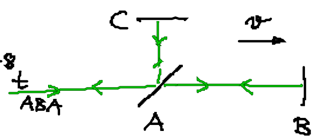
6.1 Lorentz-Transformation in der Speziellen Relativitätstheorie

Michelson-Morley-Experiment (1887):

Prüfung der Äther-Hypothese

(Erde bewegt sich mit Geschw. v relativ zu einem „Medium", in dem sich das Licht mit c relativ zum Medium ausbreitet)

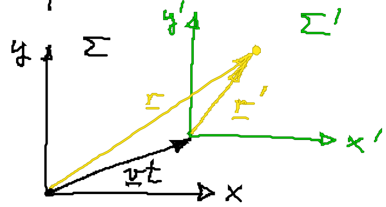
$t_{ABA} - t_{ACA} \sim 10^{-8}\, t_{ABA}$



nicht beobachtet!

Erg.: $\boxed{\text{Licht breitet sich in jedem Inertialsystem mit der gleichen Geschwindigkeit aus.}}$

Galilei-Transformation zweier Inertialsysteme:



Lichtblitz breite sich vom Ursprung von Σ mit der Geschw. c aus: $r = ct$

in Σ': $\quad \underline{r}(t) = \underline{r}' + \underline{v}t$

$$c^2t^2 = r^2 = (\underline{r}' + \underline{v}t)^2 = r'^2 + 2\underline{r}'\cdot\underline{v}t + v^2t^2$$

$$r'^2 = (c^2 - v^2)t^2 - 2\underline{r}'\cdot\underline{v}t \neq c^2t^2 \text{ für } v \neq 0$$

↯ zum Michelson-Morley-Exp.!

⇒ Konzept der <u>absoluten Zeit</u> aufgeben → spez. Rel.theorie

NB: Aufgabe des Konzeptes des absol. Raumes → allg. Rel.theorie

<u>Postulat der speziellen Relativitätstheorie</u>:

(Einstein 1905) „Zur Elektrodynamik bewegter Körper"

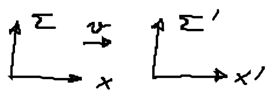
Kein Inertialsystem ist gegenüber einem anderen ausgezeichnet (<u>Relativitätsprinzip</u>)

<u>Konsequenz</u>: Galilei-Trafo verwerfen!

- Klass. Mechanik ist abzuändern, da sie Galilei-invariant ist
- El.dynamik hat schon die gewünschte Invarianz (Lorentz-invariant)

<u>Aufgabe</u>: Suche eine Trafo $\Sigma \to \Sigma'$, die folgende Forderungen erfüllt:

(i) <u>Lineare</u> Trafo $(\underline{r}, t) \to (\underline{r}', t')$



(ii) Jeder Pkt. $\underline{r}'(t') = \text{const}$ (ruhend in Σ') bewegt sich mit $\underline{v}$ in Σ

Jeder Pkt. $\underline{r}(t) = \text{const.}$ (ruhend in Σ) bewegt sich mit $-\underline{v}$ in Σ'

(iii) Die Lichtgeschw. c ist in beiden Systemen <u>gleich</u>

(iv) Keines der beiden Systeme sei vor dem anderen ausgezeichnet.

$\underline{r} \to \underline{r}' = f(\underline{r}, t; \underline{v})$

$t \to t' = g(\underline{r}, t; \underline{v})$

Umkehrtrafo:

$\underline{r}' \to \underline{r} = f(\underline{r}', t'; -\underline{v})$

$t' \to t = g(\underline{r}', t'; -\underline{v})$

<u>oBdA</u>: $\underline{v}$ in x-Richtung

- $(x=0, t=0) \to (x'=0, t'=0)$
- $y = y'$, $z = z'$
- O' bewegt sich nach $x = vt$

Ansatz: $x \to x' = \gamma(x - vt)$ (1) wegen (ii), (i)

$x' \to x = \gamma(x' + vt')$ (2) wegen (iv)

Invarianz der Lichtgeschw. (iii):

$x = ct \to x' = ct'$

in (1): $ct \to ct' = \gamma(c - v)t$

in (2): $ct = \gamma(c + v)t'$

$\Rightarrow \quad c^2 t t' = \gamma^2 t t' (c^2 - v^2)$

$\Rightarrow \quad \gamma = \pm \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \beta := \dfrac{v}{c}$

Für $v = 0$: $\gamma \stackrel{!}{=} 1$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

Also $\quad x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$

elim. x

$\Rightarrow \quad x'\sqrt{1-\beta^2} = x - vt = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} - vt$

$vt = \sqrt{1-\beta^2}\left(-x' + \dfrac{x' + vt'}{1-\beta^2}\right)$

$$= \sqrt{1-\beta^2}\left(\frac{\cancel{-x'} + x'\beta^2 + \cancel{x'} + vt'}{1-\beta^2}\right)$$

$$= \frac{x'\beta^2 + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t = \frac{t' + x'\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

analog $t' = \dfrac{t - x\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$

<u>Erg.</u>: Lorentz-Trafo

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - x\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}}$$

$\beta = \frac{v}{c}$

Zeit wird mittransformiert! Keine absolute Zeit!

Forderung $1 - \frac{v^2}{c^2} \geq 0$, sonst imaginäre, d.h. unphysikalische Werte

$$\Rightarrow \boxed{|\underline{v}| < c}$$

<u>Entwicklung für $|\underline{v}| \ll c$:</u>

$\beta \ll 1 \Rightarrow \gamma \to 1 \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} x' &- vt \\ t' &= t \end{aligned}}$ Galilei-Trafo

nichtrelativist. Mechanik gültig

<u>Eigenschaften der Lorentz-Trafo</u>

a) <u>Lorentz-Invarianten</u>

$$\underline{r}'^2 - c^2t'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$$

$$= \gamma^2(x^2 - \cancel{2xvt} + v^2t^2) + y^2 + z^2$$

$$-\gamma^2c^2\left(t^2 - \cancel{\frac{2xvt}{c^2}} + \frac{x^2v^2}{c^4}\right)$$

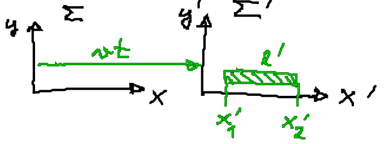
$$= \frac{x^2 + v^2t^2}{1-\beta^2} - \frac{c^2t^2 + x^2\beta^2}{1-\beta^2} + y^2 + z^2$$

$$= \frac{(x^2 - c^2t^2)\cancel{(1-\beta^2)}}{\cancel{1-\beta^2}} + y^2 + z^2$$

$$= \underline{r}^2 - c^2 t^2$$

d.h. Kugelwellen mit Ausbreitungsgeschw. c (Lichtblitz in $O = O'$) sind invariant.

b) Lorentz-Kontraktion



Länge in Σ': $l' = x_2' - x_1'$ (Ruhelänge)

Länge in Σ: $l = x_2 - x_1$

$$= \frac{1}{\gamma}(x_2' - x_1') = \frac{1}{\gamma} l'$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}\, l'$$

$$< l'$$

z.B. $v/c = 0.75 \Rightarrow \gamma \approx 1.5$

$$\frac{1}{\gamma} \approx \frac{2}{3}$$

Spektrum der Wiss., Juli 2005:

Hanns Ruder (Tübingen): Einsteins Holodeck

→ Visualisierung, s.a. homepage