

5. Verschränkung und Teleportation

5.1. Verschränkung und Bell Zustände

- beladete 2 Teilchen mit je 2 Zuständen:

z.B. 2 Photonen mit 2 Polarisationsoptionen: vertikal \uparrow / horizontal \rightarrow

2 Spine mit 2 Spinoptionen: auf \uparrow / runter \downarrow

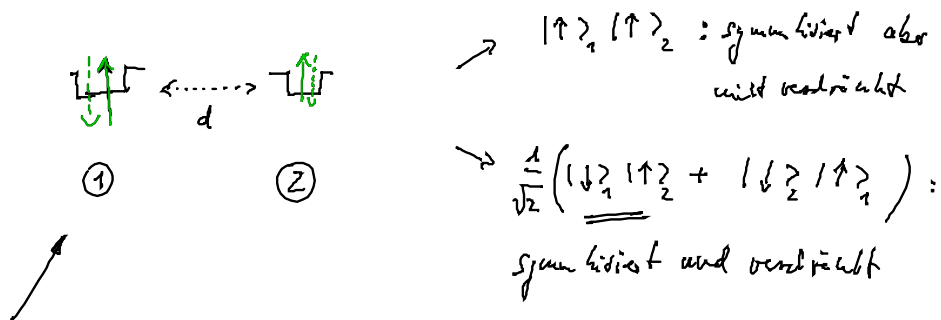
Zusammenfassend Notation $|\uparrow\rangle_1$ bzw. $|\downarrow\rangle_2$:

in Teilchen 1 \uparrow , zwei in \downarrow .

- \Rightarrow müsste 4 Zustände existieren, linear unabhängig $\hat{=}$ Basis

gesamter Zustand zweier Teilchen heißt verschränkt (entangled) wenn sich der Zustand nicht als Produktzustand von Zuständen aus je \mathcal{H}_1 (1. Teilchen) und \mathcal{H}_2 (2. Teilchen) schreiben lässt

Beispiele: Spin am vauip VL



Messg. an einem verschränkten Zustand z.B. an System 1 legt den Zustand im System 2 fest. „spukhafte Fernwirkung.“ (Einstein)
 z.B. Spinnung in $|\downarrow\rangle_1$ mit Wahrsch. Licht $|\frac{1}{\sqrt{2}}|^2 = \frac{1}{2} \hat{=} 50\%$
 und gleichzeitig wird $|\uparrow\rangle_2$ festgestellt.
 f. alternative Exp. $|\uparrow\rangle_1$ und $|\downarrow\rangle_2$ findet man auch 50%.

Basis aufgebaut ist aus verschränkten Zuständen?

Bell Zustände:

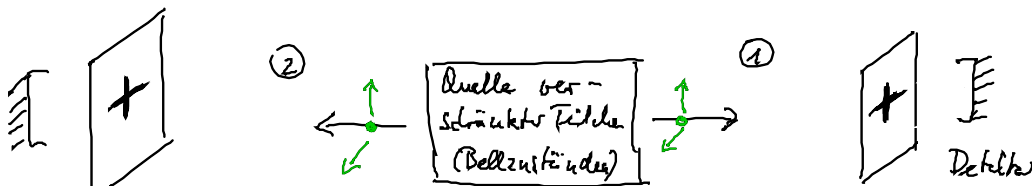
$$|\phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 \pm |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2)$$

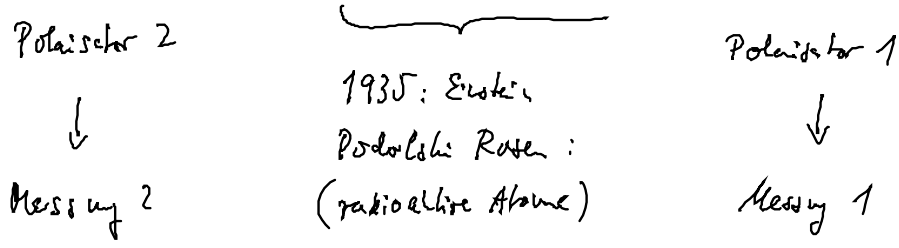
$$|\psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 \pm |\downarrow\rangle_2 |\uparrow\rangle_1)$$

- 4 Zustände, bilden Basis im 2 Teilchenraum
- Symmetrie kann durch Ortsfunktion sichergestellt werden (Fermion/Boson)

5.2. EPR-Experiment und verborgene Parameter

Quelle verschränkter Teilchen: Emission und Messg.





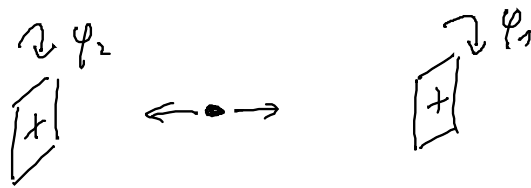
Bell Zustand $|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 + |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2)$

bei Messg. tritt mit je 50% ein der beiden Realisierungen auf
 wenn man nicht an Fernwirkung glaubt (also nicht an „Nichtlokalität“
 der Quantenmechanik: Messg. bei ① beeinflusst Messg. bei ② über Distanz d)
 so kann man behaupten die QM ist nicht vollständig:
 es \exists Mangel an klassisch Information bei Aussendung
 \rightarrow gibt es „verborgene Parameter“ die die QM nicht berücksichtigt

sein Vorschlag zu stärken hat J. Bell (1964)
Ungleichung formuliert die im Exp. getestet werden können,
 bereits 1951: Spin / Photonen - Exp. EPRB

Bellsche Ungleichungen werden abgeleitet unter der Voraussetz.
 einer klass. Erklärung bei verschränkten Objekten \rightarrow Vorhers. führt
 zu Triumph der QM,

hier nur das einfachste Exp: Erweiterung v. EPR durch Drehwinkel an Detektoren



Ziel: Vgl. der klass. Interpretation und qu. Interpretation
f. verschiedenen $\neq \varphi_1, \varphi_2$

mathematisch erfolgt Messg. in neuer Basis

$$\begin{pmatrix} |\uparrow\rangle_i \\ |\downarrow\rangle_i \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \varphi_i & -\sin \varphi_i \\ \sin \varphi_i & \cos \varphi_i \end{pmatrix}}_{\text{Drehmatrix mit } \varphi_i} \begin{pmatrix} |\uparrow\rangle'_i \\ |\downarrow\rangle'_i \end{pmatrix}$$

alte Basis neue Basis

a) quantenmechanisch Interpretation

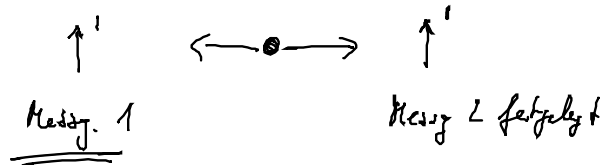
$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{|\downarrow\rangle_1}_{\text{alt}} \underbrace{|\downarrow\rangle_2}_{\text{alt}} + \underbrace{|\uparrow\rangle_1}_{\text{neu}} \underbrace{|\uparrow\rangle_2}_{\text{neu}} \right) \text{ wird ausgedr.}$$

Detection in $|\uparrow, \downarrow\rangle'_i$, mit Drehmatrix:

$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{\left\{ \sin \varphi_1 |\uparrow\rangle'_1 + \cos \varphi_1 |\downarrow\rangle'_1 \right\}}_{\text{neu}} \cdot \underbrace{\left\{ \sin \varphi_2 |\uparrow\rangle'_2 + \cos \varphi_2 |\downarrow\rangle'_2 \right\}}_{\text{alt}} \right. \\ \left. + \underbrace{\left\{ \cos \varphi_1 |\uparrow\rangle'_1 - \sin \varphi_1 |\downarrow\rangle'_1 \right\}}_{\text{neu}} \cdot \underbrace{\left\{ \cos \varphi_2 |\uparrow\rangle'_2 - \sin \varphi_2 |\downarrow\rangle'_2 \right\}}_{\text{alt}} \right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{\left\{ \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \right\}}_{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \underbrace{|\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 + \dots}_{\text{zu erweich. Eigenstand}} \right)$$

Wahrscheinlichkeitsamplitude die Messg.:



$$\Rightarrow P_{\uparrow\uparrow}^{gu} = \frac{1}{2} \cos^2(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Die gem. Wahrscheinlichkeit f. $\uparrow\uparrow$ hängt nur von Differenz der φ ab

b) Klassisch Interpretation

„lokal“ am Aussendort findet bereits die Selektion statt:

$$\text{entweder: } |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2$$

$$\text{oder } |\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2$$

Es keine Interferenzen, denn Entscheidung findet bei Aussendg. statt

$$\Rightarrow P_{\uparrow\uparrow}^{klass} = \frac{1}{2} (\sin^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_2)$$

Vgl. beide Aussagen mit Experiment:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0 \rightarrow P_{\uparrow\uparrow}^{u.} = \frac{1}{2} = P_{\uparrow\uparrow}^{gu} \rightarrow \text{keine Entscheidung, ungl. welche Beschreibung ist}$$

f. verschied. φ_i unterschiedl. sind das Ergebnis:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{4} \quad (\text{schlimmster Fall})$$

$$p_{\uparrow\uparrow}^{\text{gen}} = \frac{1}{2} \neq p_{\uparrow\uparrow}^{\text{klass}} = \frac{1}{4}$$

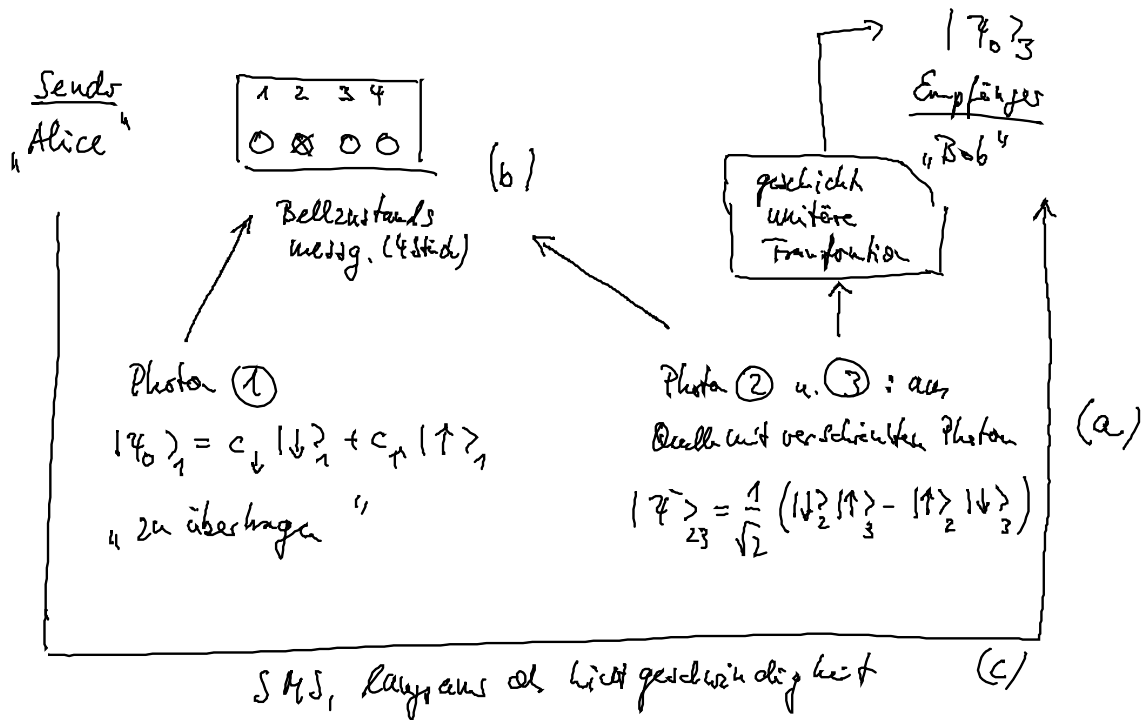
Experiment ist mit der gen Interpretation kompatibel.

5.3. Teleportation

Idee: ein Teilchenzustand wird in „Maschine“ eingeleitet und an einem anderen Ort wird derselbe Teilchenzustand ausgesendet aber mit demselben Teilchen.

- Bemerkungen:
- a) No cloning theorem: nur der Zustand kann auf ein zweites Teilchen übertragen werden, der Zustand des ersten Teilchens wird dabei zerstört.
 - b) Es wird keine Materie übertragen
 - c) all dies ist langsamer als c (SRT):
echte Informationsübertragung $<$ Lichtgeschwindigkeit
 - d) Vorklänge: 1993 Beuvett,
1997 Realisierung f. Photonen im Raum
vor einige Jahre auf Chip.

Ziel: Zustand d. Photon ① auf Photon ③
 mit Hilfe v. Phot. ② zu übertragen



a) Gesamtsystem fl. z. Beginn (3 Teilchen)

$$|\psi\rangle_{123} = |\psi_0\rangle_1 |\psi^-\rangle_{2,3} \quad \text{Produkt (verschiedene Labore)}$$

b) Bellzustandsmessg. v. Alice an $|\psi\rangle_{123}$:

$$|\psi\rangle_{123} = \sum_1 |\phi_{Bell}^1\rangle a_1 \hat{=} \text{Projektion auf Bellzustände}$$

a_1 : Erwidlungskoeffizient berechenbar

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\phi^+\rangle_{12} (c_\downarrow |\uparrow\rangle_3 - c_\uparrow |\downarrow\rangle_3) \right)$$

$$\begin{aligned}
& + \left(|\phi^-\rangle_{12} (c_\downarrow |\uparrow\rangle_3 + c_\uparrow |\downarrow\rangle_3) \right. \\
& + |\psi^+\rangle_{12} (-c_\downarrow |\downarrow\rangle_3 + c_\uparrow |\uparrow\rangle_3) \\
& \left. - |\psi^-\rangle_{12} (c_\downarrow |\downarrow\rangle_3 + c_\uparrow |\uparrow\rangle_3) \right)
\end{aligned}$$

→ $|\psi_{123}\rangle$ springt d. Zustandsmessg. in ein
 der Bellzustände.

c) Alice schreibt Bob ein SMS:
 Golds Bellzustand vorliegt

d) Bob weiß die QM-Zustände nicht und findet
 wenn $\textcircled{1} : \otimes \rightarrow$ Zustand v. $\textcircled{3} : c_\downarrow |\uparrow\rangle_3 - c_\uparrow |\downarrow\rangle_3$

e) " " wird der weitere Foto korrigiert

⇒ 3. Photo liegt bei Bob in Zustand $|\psi_0\rangle$ vor