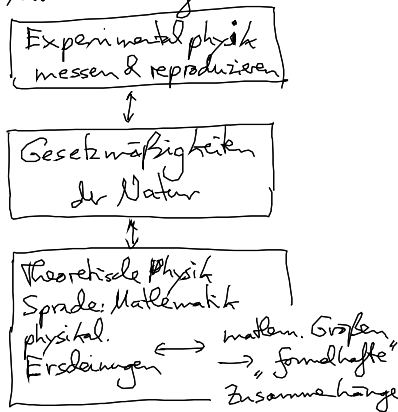


Mathematische Methoden der Physik

- Dozent: Holger Stark, EW 709, Holger.Stark@tu-berlin.de
- Modul des Bachelor-Studienganges;
Beginn der Ausbildung in TP: KM, QM1, ED, Th/St.
- Vorlesung über e-Kreide!

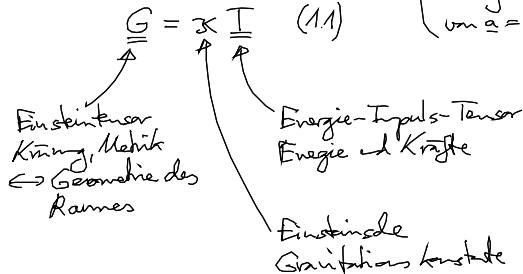
1. Vorbemerkungen

- Physik (gr: $\varphi\upsilon\sigma\iota\varsigma$ ψ = physik = „die Naturkunde“
beschreibt und „erklärt“ Naturerscheinungen



Bsp 1: $v, F, a, m \longrightarrow F = ma = \frac{dv}{dt}$... Newtonsches Grundgesetz

Bsp 2: Einsteinsche Feldgleichungen (Vergleichung)
 $\underline{G} = \kappa \underline{T}$ (1.1) $\left(\text{von } a = \frac{1}{m} F \right)$



- Vorlesung: Einführung in die Sprache der (Theoret.) Physik
- NB: Überschneidung mit Ex. physik, Mathematik für Physiker

- mathem. Größen:
 - (i) Skalare = Zahlen: Temperatur T , elektr. Ladung, träge Masse, komplexe Wellenfunkt der QM (nicht relativistisch)

Achtung: Pseudoskalare: ändert sein Vorzeichen unter Raumspiegelung


wichtig in Elementarteilchen-Physik

Bsp: Skalarprodukt (später)
Helizität einer Schraube
Rechts (+1) ~~Spiegel~~ Links (-1)

- (ii) Vektoren: Geschw., Kraft, elektr./magnet. Feld
Vierervektoren der RT (4D-Raum)
Spinoren in der relativist. QM!

also: Rechnen mit Vektoren \rightarrow Vektoralgebra

- (iii) Tensoren:

geom. Deutg: $a \rightarrow \underline{I}a$ 

also: Tensor algebra \leftrightarrow Matrizen

- Skalare, Vektoren, Tensoren sind an Pkte. r im Raum angeheftet \rightarrow Felder: $T(r), v(r), \dots$
Raum: 3D, 4D (RT), 10/26D (Stringtheorie)

- Beziehung zwischen Raumpunkten?

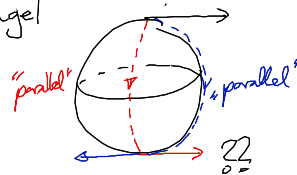
- (i) Paralleltransport eines Vektors

a) „trivial“ im „flachen“ Raum = unser Erdsystem



b) nichttrivial in gekrümmten Räumen (ART)

Bsp: Kugel



- (ii) räumliche Veränderung von physikal. Größe

Differenzieren:

Bsp: $\frac{dv}{dx} \approx \frac{v(x+\epsilon) - v(x)}{\epsilon} \rightarrow$ (i) wichtig

→ Vektor-/Tensorenanalyse
(nur flache Räume)

• „formelhafte Zusammenhänge“

→ Differentialgleichungen
= Gesetze der Physik

Bsp: $\underline{F} = m \underline{a} \Leftrightarrow m \frac{d^2 \underline{r}}{dt^2} - \underline{F}(\underline{r}) = 0$

→ $\underline{r}(t)$... Raumkurve eines
Pkt. teilers

- Literatur: Vorlesung „selber geschrieben“
Vorlesungsmitschrieb (e-Kreide)
- Internet: www.itp.tu-berlin.de/stark → Lehre → MMP: SS19 → Matriculation
→ Zugang zu „Vorlesungsmitschrieb“ = e-Kreide
→ Übungen
- Zeit: Do. 8¹⁵ - 9⁴⁵ (EW 201)
- Abgabe: Abgabeleiter Josua Gmüther (EW 701)
Anne Zupit (EW 701)
Tutoren: Isaac Tex Faye, Lasse Ermanait
Jens Friedrich, Phillip Knappe
Online-Anmeldung über Moses:
Beginn: 2. VLW
- Appell: → Vorlesungsbesuch
→ Nacharbeit der Vorlesung
- Sprechstunde: Fr. 11³⁰ - 12²⁰

2. Vektoralgebra

• vom Konkreten zum Abstrakten!

2.1 Vektoren für Physiker (in 3D)

• Regeln:

(1) Vektor: Richtung & Länge (Bsp: Kraft, Geschw.)

$\underline{a} = |\underline{a}| \hat{a}$ Einheitsvektor: Länge 1 (su.)
 Betrag: $a = |\underline{a}|$

(2) Addition: $\underline{a} + \underline{b} = \underline{c} = \underline{b} + \underline{a}$ (2.1)

(3) Multiplikation mit Skalar: $\lambda \underline{a} = \lambda |\underline{a}| \hat{a}$ (2.2)

(4) Skalarprodukt: „Längen von, Winkel zwischen Vektoren“

$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| |\underline{b}| \cos \varphi$ (2.3)

(i) $\underline{a} = \underline{b}$: $\varphi = 0$: $\underline{a} \cdot \underline{a} = |\underline{a}|^2$
 (ii) $\underline{a} \perp \underline{b}$: $\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \underline{a} \cdot \underline{b} = 0$
 ... „senkrecht stehen“

Projektion von \underline{b} auf die Richtung von \underline{a}

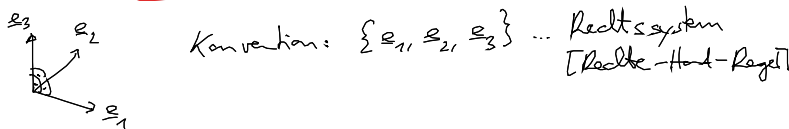
Beachte: $(\underline{a} + \underline{b}) \cdot \underline{c} = \underline{a} \cdot \underline{c} + \underline{b} \cdot \underline{c}$ (2.4)

• (1)-(4): \rightarrow euklidischer Vektorraum (s. später)
 Beweis: Übung

2.1.1 Orthonormal Basis

• spezielles Set von Vektoren:

Def: $\underline{e}_i \cdot \underline{e}_j = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i=j \text{ -- Einheitsvektor} \\ 0, & i \neq j \text{ -- orthogonal} \end{cases}$
 Kronecker-Symbol
 3D: $i, j = 1, 2, 3$



• Darstellung eines Vektors in Basis:

Bsp: $\underline{a} = a_1 \underline{e}_1 + a_2 \underline{e}_2$

$(\underline{a} \cdot \underline{e}_2) \underline{e}_2 = a_2 \underline{e}_2$
 $(\underline{a} \cdot \underline{e}_1) \underline{e}_1 = a_1 \underline{e}_1$

also: $\underline{a} = \sum_{i=1}^3 a_i \underline{e}_i$ mit $a_k = \underline{a} \cdot \underline{e}_k$
 $= a_i \underline{e}_i$

in Zukunft: Einsteinsche Summenkonvention
 „über doppelt vorkommende Indizes und summiert!“

Konsistenz: $a_k = \underline{a} \cdot \underline{e}_k = (a_i \underline{e}_i) \cdot \underline{e}_k = a_i \underbrace{\underline{e}_i \cdot \underline{e}_k}_{\delta_{ik}} = a_k$

• Skalarprodukt in Komponenten:

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = a_i b_j \underbrace{\underline{e}_i \cdot \underline{e}_j}_{\delta_{ij}} = a_i b_i \quad (2.7)$$

Standard-Skalarprodukt im \mathbb{R}^3

• Konvention:

$$\underline{a} = \begin{cases} \text{Vektor im Raum} \\ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \text{ (Raum der 3lin. Spaltenvektoren)} \end{cases}$$