

WdF  
 - Quanten-Ising-Modell

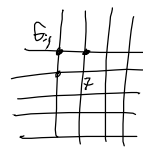
$$H_{0A}^{1d} = -J \sum_i \hat{S}_i^x - \gamma \sum_i \hat{S}_i^z, \hat{S}_{i+1}^z$$

$$E_{0A}^{1d} = -J \sum_i \hat{S}_i^x - \gamma \sum_i \hat{S}_i^z \hat{S}_{i+1}^z \quad \hat{S}_i \in \{-1, +1\}$$

$$\hat{S}_i^z |z_i\rangle = (-1)^{z_i} |z_i\rangle$$

$$|z_1 \dots z_N\rangle$$

$$H_{0A}^{1d} \Leftrightarrow H_{0C}^{2d} (q=0) \quad \beta_{0C}^{class.} \cdot J_{class} = \frac{1}{2} \ln [1 + \sqrt{2}]$$



o kollektiver Spin  $J^x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \hat{S}_i^x \quad \tau \in \{x, y, z\}$

$$J^z |j, m\rangle = m |j, m\rangle \quad J_{\pm} = J^x \pm i J^y$$

$$J^z |j, m\rangle = j(j+1) |j, m\rangle$$

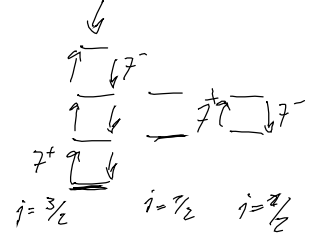
$$J^{\pm} |j, m\rangle = \sqrt{j(j+1) - m(m \pm 1)} |j, m \pm 1\rangle$$

$$S^{\pm} = \frac{1}{2} (S^x \pm i S^y)$$

$$S^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$S^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

N=1 Fall:



=> Lipshitz-Kondition-Gleichung (Carre-Variante)

$$\hat{H} = -h \hat{J}^z - \frac{\gamma}{h} (\hat{J}^x)^2$$

$$= \dots = \Delta E(h, \gamma) \cdot c^{\dagger} c + E_0(h, \gamma) \cdot \mathbb{1}$$

→ QPT bei  $h = \gamma$

2<sup>nd</sup> Fall:

Wieder: Gleichgewicht

4. Nicht-GG-TD

4.1. Rategleichungen

4.1.1. Allg. Eigenschaften

- System mit N diskreten Zuständen
- $E_0 \leq E_1 \leq \dots \leq E_{N-1}$
- $N_i \geq 0 : 0 \leq i \leq N-1$

$P_n(t)$  sei die WS, das System bei Energie  $E_n$  & T $\neq$   $N_n$  zur Zeit  $t$  anzutreffen

$$\frac{d}{dt} P_n = \sum_e \left[ W_{ne} \cdot P_e - W_{en} P_n \right] \Leftrightarrow \underline{W P = \dot{P}} \Rightarrow \frac{d}{dt} \sum_n P_n = 0$$

$\sum_n P_n = const$

Rate Übergang - WS für einen Übergang von  $e \rightarrow n$  pro Zeit  $W_{ne} \geq 0$

$$\underline{W} = \begin{pmatrix} \sum_{j \neq 0} W_{0j} & W_{01} & W_{02} & \dots & W_{0,N-1} \\ W_{10} & -\sum_{j \neq 1} W_{1j} & & & \\ W_{20} & & -\sum_{j \neq 2} W_{2j} & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ W_{N-1,0} & & & & -\sum_{j \neq N-1} W_{N-1,j} \end{pmatrix}$$

- $W_{en} \geq 0 : e \neq n$
- $W_{ee} = -\sum_{n \neq e} W_{en}$
- Wert ist negativ
- $W_{en} + W_{ne} : A.$

immer an:

$$\tilde{P}_n(A) = 0 \quad P_n(A) \geq 0$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{P}_n = \sum_{e \neq n} W_{ne} \cdot P_e \geq 0$$

Spaltensumme verschwindet

$$\underline{W} \underline{U}_n = \lambda_n \underline{U}_n \quad \rightarrow \quad \underline{U}_n^{*T} \underline{W}^+ = \underline{U}_n^{*T} \lambda_n^*$$

$\uparrow$  reeller EV       $\uparrow$   $\rightarrow \lambda_n \neq \lambda_n^*$       EV können in komplex konj. Paaren oder sind reell

Orthogonalität:  $\text{Re}(\lambda_n) \leq 0$

Wegen EV  $(1, \dots, 1)$   $\underline{W} = (0, \dots, 0) = 0$  mit EV 0  
 $\Rightarrow$   $\exists$  rechter EV mit  $\underline{W} \underline{P} = 0$        $\underline{P}$  ist "stationäre Verteilung"

$$W_{ki} \cdot \bar{P}_i = W_{ik} \cdot \bar{P}_k$$

"detailliertes Gleichgewicht"

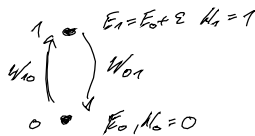
Bsp:  $\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -W_{10} & W_{01} \\ W_{10} & -W_{01} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \end{pmatrix}$        $N=2$

$$P_0 = 1 - P_1 \quad \rightarrow \quad \dot{P}_1 = W_{10} [1 - P_1] - W_{01} P_1$$

$$P_1(t) = P_1^0 \cdot e^{-(W_{01} + W_{10}) \cdot t} + \frac{W_{10}}{W_{01} + W_{10}} [1 - e^{-(W_{01} + W_{10}) \cdot t}] \quad P_0(t) = 1 - P_1(t)$$

$$\bar{P}_1 = \frac{W_{10}}{W_{01} + W_{10}}$$

$$\bar{P}_0 = \frac{W_{01}}{W_{01} + W_{10}}$$



4.1.2. Ableitung der Rate

Feyn's Gold. Regel

$$H = H_0 + V \quad H_0 |i\rangle = E_i |i\rangle \quad H_0 |f\rangle = E_f |f\rangle$$

$$R_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} \delta(E_f - E_i) |\langle f | V | i \rangle|^2$$

Feyn's Gold. Regel

$$H_0 = H_S + H_B \quad H = H_0 + V$$

$\uparrow$  System    Bad                       $\uparrow$  ungestörtes System & Bad

Beispiel  $N=2$  QD

$$\textcircled{2} \quad V = \begin{pmatrix} & \\ & \epsilon_k \end{pmatrix} \quad H_0 = \sum C^\dagger C \quad H_B = \sum \epsilon_k C_k^\dagger C_k \quad V = \sum_k [t_k C^\dagger C_k + t_k^* C_k^\dagger C]$$

Wahrscheinlichkeit für Besetzung des Systems

$$|i\rangle = |0, n_1, \dots, n_{i-1}, \dots, n_k, \dots\rangle \quad n_i \in \{0, 1\}$$

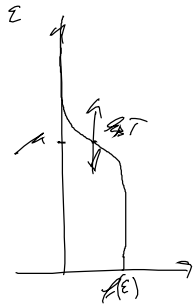
$$|f\rangle = |1, n_1', \dots, n_{i-1}', \dots, n_k', \dots\rangle$$

$$R_{0 \rightarrow 1} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_n |t_k|^2 n_i \rightarrow \Gamma(z) \cdot f(z)$$

$\uparrow$  in GG       $\uparrow$

$$R_{1 \rightarrow 0} = \Gamma(\epsilon) [1 - f(\epsilon)]$$

$$W = \Gamma(\epsilon) \begin{pmatrix} -f(\epsilon) & 1 - f(\epsilon) \\ f(\epsilon) & -(1 - f(\epsilon)) \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \bar{P}_1 &= f(\epsilon) \\ \bar{P}_0 &= 1 - f(\epsilon) \end{aligned}$$



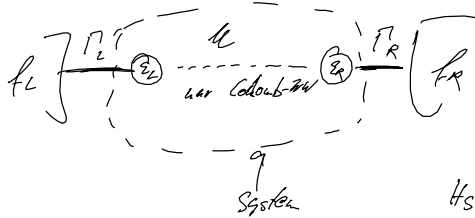
— nur Resonanzenergie  $\rightarrow$  dot ist leer

$$\bar{P}_0 = \bar{P}_1 = 1/2$$

— nur Resonanzenergie  $\rightarrow$  dot ist besetzt

$$W_{01} \bar{P}_1 = W_{10} \bar{P}_0 \rightarrow \text{det. GG.}$$

• 2 QD's



$$H_S = \epsilon_1 d_1^\dagger d_1 + \epsilon_2 d_2^\dagger d_2 + U d_1^\dagger d_1 d_2^\dagger d_2$$

- $P_0$ : beide unbesetzt
- $P_L$ : linker dot besetzt
- $P_e$ : rechter dot besetzt
- $P_2$ : beide besetzt

$$\begin{aligned} E_0 &= 0 \\ E_L &= \epsilon_1 \\ E_e &= \epsilon_2 \\ E_2 &= \epsilon_1 + \epsilon_2 + U \end{aligned}$$



$$W = \Gamma_L \begin{pmatrix} -f_L & 1 - f_L & 0 & 0 \\ f_L & -(1 - f_L) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -f_e & 1 - f_e \\ 0 & 0 & f_e & -(1 - f_e) \end{pmatrix} + \Gamma_R \begin{pmatrix} -f_R & 0 & 1 - f_R & 0 \\ 0 & -f_R & 0 & 1 - f_R \\ f_R & 0 & -(1 - f_R) & 0 \\ 0 & f_R & 0 & -(1 - f_R) \end{pmatrix}$$

$$f_L = \frac{1}{e^{\beta \mu} (\epsilon_1 + \mu) + 1} \quad \mu \in \{L, R\}$$

$$f_R = \frac{1}{e^{\beta \mu} (\epsilon_2 + \mu - \mu) + 1}$$

Bosonen

$$R^{ex} = \Gamma \left[ 1 + u_B(\epsilon, E) \right]$$

↑  
Spezi. Fall

$$R^{ob} = \Gamma u_B(\epsilon, E)$$

$$u_B = \frac{1}{e^{\beta \omega} - 1}$$

↑  
Bosonen

$$\text{det. GG: } W_{ij} \bar{P}_j = W_{ji} \bar{P}_i \rightarrow \frac{\bar{P}_i}{\bar{P}_j} = \frac{W_{ji}}{W_{ij}}$$

17 kann sich raus

$$\frac{n_B(\epsilon E)}{1 + n_B(\epsilon E)} = e^{-\beta \cdot \epsilon E} \quad \frac{f(\epsilon)}{1 - f(\epsilon)} = e^{-\beta(\epsilon - \mu)}$$

nach Fermis Goldenen Regel folgt bei un. einer Res. det. GG  $\rightarrow \bar{P} = \bar{P}_0 / \bar{P}_c$   
• vernachlässigt: WW-Energie zwischen System & Bad