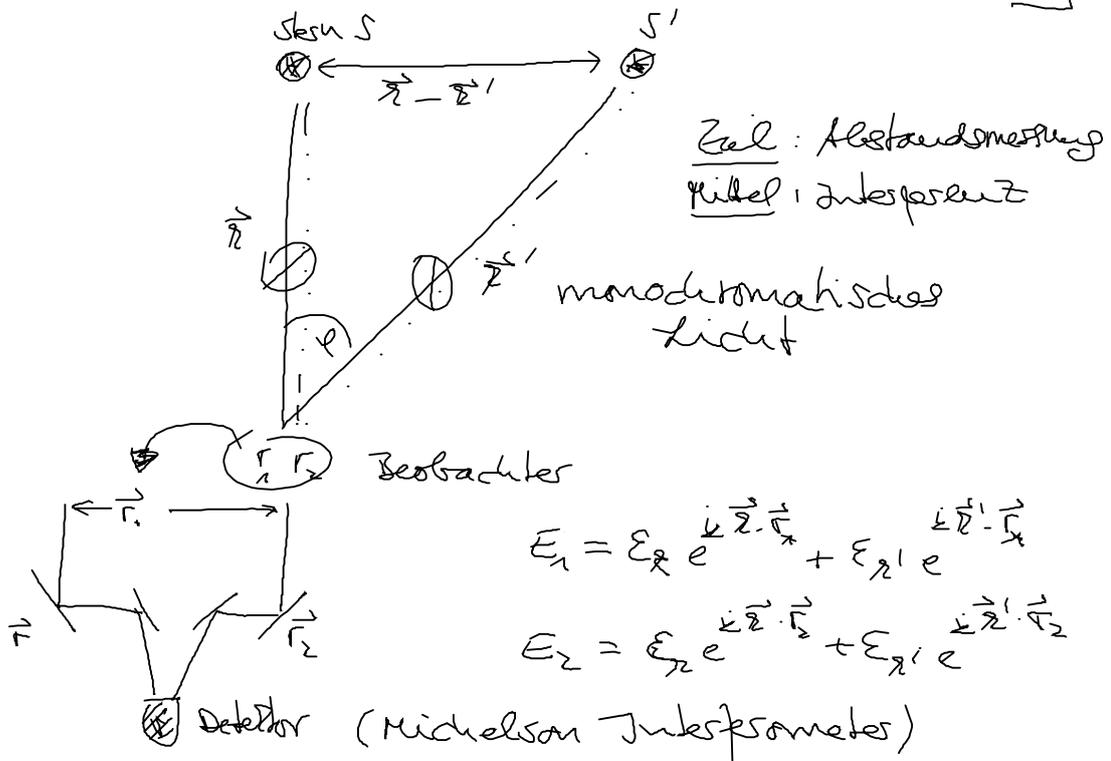
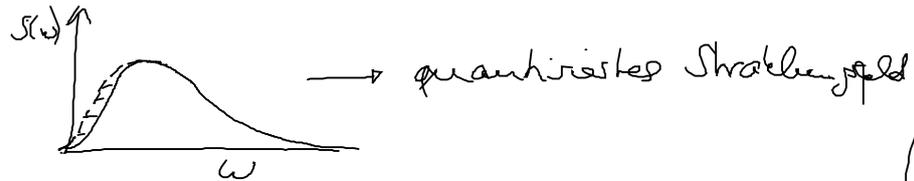


Hanbury Brown-Twiss Effekt

(aus Scully "Quantum Optics")

- Fraunhofer Spektrallinien: quantisierte Materie
- Lichtelektrischer Effekt, Plancksche Strahlungsgesetze; ging das Experiment, PTB in Berlin



Anwendung des geometrischen Strahlensatzes
 → Interferenzexperiment

Überlagerung der elektrischen Felder $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$
 am Detektor

Messgröße $I = \kappa |\vec{E}|^2$

$$I = [\epsilon_{\vec{k}} (e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_1} + e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_2}) + \epsilon_{\vec{k}'} (e^{i\vec{k}'\cdot\vec{r}_1} + e^{i\vec{k}'\cdot\vec{r}_2})] [c.c.]$$

$$= [|\epsilon_{\vec{k}}|^2 \{ 1 + e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}_1-\vec{r}_2)} + e^{-i\vec{k}\cdot(\vec{r}_1-\vec{r}_2)} + 1 \}$$

$$+ \epsilon_{\vec{k}} \epsilon_{\vec{k}'}^* \left\{ e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\cdot\vec{r}_1} + e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_2 - i\vec{k}'\cdot\vec{r}_2} + e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_1 - i\vec{k}'\cdot\vec{r}_1} + e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\cdot\vec{r}_2} \right\}$$

$$+ \{ \vec{k} \leftrightarrow \vec{k}' \}$$

Amplitude sind eine komplexe Größe

$$\epsilon_{\vec{k}} = \tilde{\epsilon}_{\vec{k}} e^{i\phi_{\vec{k}}}, \quad \epsilon_{\vec{k}'} = \tilde{\epsilon}_{\vec{k}'} e^{i\phi_{\vec{k}'}}$$

$$|\epsilon_{\vec{k}}|^2 = |\tilde{\epsilon}_{\vec{k}}|^2$$

$$I = \kappa |\vec{E}|^2 = |\tilde{\epsilon}_{\vec{k}}|^2 \{ 2 + 2 \cos[\vec{k}\cdot(\vec{r}_1-\vec{r}_2)] \} + |\tilde{\epsilon}_{\vec{k}'}|^2 \{ 2 + 2 \cos[\vec{k}'\cdot(\vec{r}_1-\vec{r}_2)] \} + [\tilde{\epsilon}_{\vec{k}} \tilde{\epsilon}_{\vec{k}'} e^{i(\phi_{\vec{k}}-\phi_{\vec{k}'})} \{ \dots \} + c.c.]$$

die Phase ist prinzipiell nicht deterministisch, wir können nicht vorhersehen, wie diese sich verhält selbst wenn wir sie zu einem Zeitpunkt kennen würden.

Wir mitteln die Phase weg über eine Zeitintegration. \rightarrow Phasendifferenzen stochastischer Prozesse fallen im Mittel weg

$$\langle I \rangle_{\phi} = K \langle |E|^2 \rangle_{\phi} = 2 |\tilde{E}_2|^2 (1 + \cos[\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)]) + 2 \cdot |\tilde{E}_1|^2 (1 + \cos[\vec{k}' \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)])$$

Phasemittelung

$$\langle E_2 E_1^* \rangle \stackrel{!}{=} 0 = \langle E_2^* E_1 \rangle$$

weil $e^{i\phi_2} = \cos(\phi_2) + i \sin(\phi_2) \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases}$

$$|E_2|^2 = |E_1|^2 = I_0$$

$$\langle I \rangle_{\phi} = I_0 K \{ 4 + 2 \cos[\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)] + 2 \cos[\vec{k}' \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)] \}$$

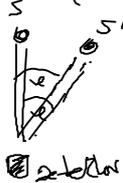
Nutze ich $\cos x + \cos y = 2 \cos\left[\frac{x+y}{2}\right] \cos\left[\frac{x-y}{2}\right]$

$$= K I_0 \left\{ 4 + 4 \cos\left[\frac{\vec{k} + \vec{k}'}{2} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\right] \cos\left[\frac{\vec{k} - \vec{k}'}{2} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\right] \right\}$$

$\hat{=}$ Signal

Wir nennen \vec{r}_1, \vec{r}_2 , und $|\vec{r}_1|, |\vec{r}_2|$

$$(\vec{k} - \vec{k}') \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = |\vec{k} - \vec{k}'| |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \cos[\angle(\vec{k} - \vec{k}', \vec{r}_1 - \vec{r}_2)]$$



$$\sin \varphi = \frac{|\vec{k} - \vec{k}'|}{|\vec{k}|} = \frac{|\vec{k} - \vec{k}'|}{|\vec{k}|}, \quad |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = \vec{r}_0$$

$$(\vec{k} - \vec{k}') \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = |\vec{k}| \sin \varphi |\vec{r}_0| \cos \varphi$$

hier steckt das verschiedene Weg von \vec{r}_1 und \vec{r}_2 , variabels ist gerade \vec{r}_0 am Detektor.

φ ist sehr klein, mit $\ell = \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$

$$\langle I \rangle_{\mathbf{r}} = \{ K I_0 \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\vec{k} + \vec{k}'}{2} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right] \cos \left(\frac{2 \vec{r}_0 \cdot \varphi}{2} \right) \right\} \}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{Frequenz ist fest, durch Filterung festgelegt})$$

\Rightarrow damit r_0 einstellbar \Leftrightarrow , dass

$$\langle I \rangle_{\mathbf{r}} = 0$$

\Rightarrow Interferenzmuster hat eine Periodizität in Bezug auf φ , da, wo $\langle I \rangle_{\text{max}}$

$$\cos \left(\frac{2 \vec{r}_0 \cdot \varphi}{2} \right) = 1$$

$$\text{also } 2 \frac{\vec{r}_0 \cdot \varphi}{2} = 2\pi, \quad \varphi = \frac{4\pi}{2 r_0}$$

\Rightarrow Strennenabstand ablesbar

aber es gibt ein Problem, nämlich der

$$\text{Term } \cos \left[\frac{\vec{k} + \vec{k}'}{2} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right]$$

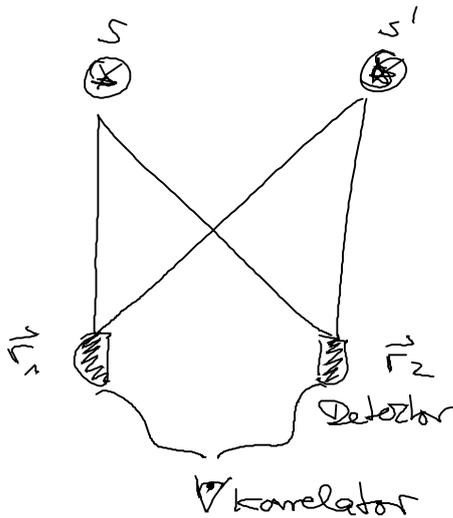
hier verschwindet nicht der systematische Fehler, weil \vec{k} und \vec{k}' keine Differenz bilden

$$\vec{k} = \vec{k}_0 + \Delta \vec{k}, \quad \vec{k}' = \vec{k}'_0 + \Delta \vec{k}'$$

Lösungsvorschlag: nicht E-Felder überlagern, sondern Intensitäten

$$I(\vec{r}_1) = E_1 E_1^* = \left| \varepsilon_2 e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}_1} + \varepsilon_2' e^{i \vec{k}' \cdot \vec{r}_1} \right|^2$$

$$= |\varepsilon_2|^2 + |\varepsilon_2'|^2 + \varepsilon_2 \varepsilon_2'^* e^{i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{r}_1} + \varepsilon_2' \varepsilon_2^* e^{-i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{r}_1}$$



$$\begin{aligned}
 I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2) &= (|\epsilon_{\lambda 2}|^2 + |\epsilon_{\lambda 1}|^2) + \\
 &+ [(|\epsilon_{\lambda 2}|^2 + |\epsilon_{\lambda 1}|^2) \epsilon_{\lambda 2} \epsilon_{\lambda 1}^* e^{i(\vec{\lambda} - \vec{\lambda}') \cdot \vec{r}_1} + \text{c.c.}] \\
 &+ [(|\epsilon_{\lambda 2}|^2 + |\epsilon_{\lambda 1}|^2) \epsilon_{\lambda 2} \epsilon_{\lambda 1}^* e^{i(\vec{\lambda} - \vec{\lambda}') \cdot \vec{r}_2} + \text{c.c.}] \\
 &+ [\{ |\epsilon_{\lambda 2}|^2 |\epsilon_{\lambda 1}|^2 e^{i(\vec{\lambda} - \vec{\lambda}') \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)} \\
 &+ \epsilon_{\lambda 2}^2 \epsilon_{\lambda 1}^2 e^{i(\vec{\lambda} - \vec{\lambda}') \cdot (\vec{r}_1 + \vec{r}_2)} + \text{c.c.} \}]
 \end{aligned}$$

$|\epsilon_{\lambda}|^2, |\epsilon_{\lambda'}|^2$ überleben nach Phasenmittelung

$$\begin{aligned}
 \langle I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2) \rangle_{\phi} &= (|\epsilon_{\lambda 2}|^2 + |\epsilon_{\lambda 1}|^2)^2 + \\
 &+ 2 |\epsilon_{\lambda 2}|^2 |\epsilon_{\lambda 1}|^2 \cos[(\vec{\lambda} - \vec{\lambda}') \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)]
 \end{aligned}$$

hängt nur noch von Differenzen ab
 → unterschätzt systematischer Fehler → HBT Effekt
 (HB-T)

≙ hat sich nur indirekt in den Teilchen-
 statistiken durchgesetzt, in der darauf-
 hin entstandenen Quantenoptik,
 nicht in der Astrophysik (bubbe wieder
Michelson-Interferometrie wegen
 sehr geringer systematischer Fehler)

Photonkorrelation. $\langle I_1 I_2 \rangle_p$

→ Quantifiziere das Lichtfeld (wellenabstrahlend)

$$\langle :I_1 I_2: \rangle = \langle c_1^\dagger c_2^\dagger c_2 c_1 \rangle$$

ich messe $|c_2 c_1 \rangle^2 = |c_2 \rangle^2 = \text{Signal}$

Messprozess beschreibt bedingte Wahrscheinlichkeit

$\{ \langle c_1^\dagger c_1 c_2^\dagger c_2 \rangle \text{ reine bedingte Wahrscheinlichkeit} \}$

$$\begin{aligned} \langle c_1^\dagger c_1 c_2^\dagger c_2 \rangle &= \langle c_1^\dagger (-1 + c_1^\dagger) c_1 \rangle \\ &= -\langle c_1^\dagger c_1 \rangle + \langle (c_1^\dagger c_1)^2 \rangle \quad \left| \begin{array}{l} \langle c_1^\dagger c_1 \rangle = \\ \langle n \rangle \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\Delta n)^2 &= \langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle \\ &= \langle n^2 - 2n\langle n \rangle + \langle n \rangle^2 \rangle \\ &= \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 \end{aligned}$$

auf Basis "second order coherence"

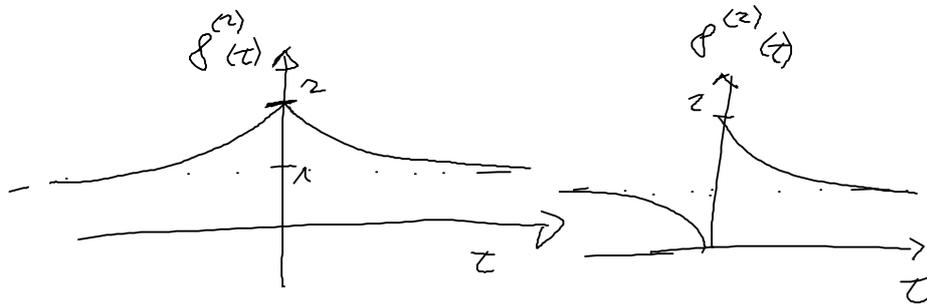
selbst wenn $\langle n \rangle_{\text{Quelle 1}} = \langle n \rangle_{\text{Quelle 2}}$

heißt das noch nicht, dass

$$\langle n \rangle_1 = \langle n \rangle_2$$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} g^{(2)}(t, \tau) = \frac{\langle c^\dagger(t) c^\dagger(t+\tau) c(t+\tau) c(t) \rangle}{\langle c^\dagger(t) c(t) \rangle^2}$$



→ Suche nach verschiedenen Licht-
 sorten hat begonnen
 Laser, Thermisches Licht
 Einzelphotonen (on-demand)
 Zwei-Photon-Quelle
 Hochintensive thermische
 Lichtquellen