

### 6.2.3. Halbleiterlaser mit optischer Injektion

- DGL für Class B Laser mit Amplituden Phasen Kopplung ( $\alpha$ -Faktor)  
d.h. Ladungsträgerdynamik wird mitberücksichtigt

$$\dot{\epsilon} = (1 + i\alpha) n \epsilon - i \Delta\omega_{inj} \epsilon + K$$

$$\dot{n} = \frac{\tilde{r}_{ph}}{T_1} (\gamma - n - (1 + 2n) |\epsilon|^2)$$

[Gleichungen sind dimensionslos]

- Im Prinzip sind Lösungen und Stabilität numerisch bestimmbar.

Alternativ: Lösungen finden durch Entwicklung in Ordnungen von  $K$   
(Verhalten bei kleiner Injektionsstärke)

Einführen von reellen Größen:  $\epsilon(t) = A(t) e^{i\Delta\phi(t)}$   
↑ reell                      ↑ reell

$$\begin{aligned} \dot{A} &= n \cdot A + K \cos \Delta\phi & \text{(I)} \\ \dot{\Delta\phi} &= -\Delta\omega_{inj} - \alpha n - \frac{K}{A} \sin \Delta\phi & \text{(II)} \\ \dot{n} &= \frac{\tilde{r}_{ph}}{T_1} (\gamma - n - (1 + 2n) A^2) & \text{(III)} \end{aligned}$$

Class B Laser mit Injektion

Ansatz:  $A = A_0 + K A_1 + \dots$   
 $\Delta\phi = \phi_0 + K \phi_1 + \dots$   
 $n = n_0 + K n_1 + \dots$

Kontrollparameter:  $-\Delta\omega_{inj} = K \Delta_1 + K^2 \Delta_2 + \dots$

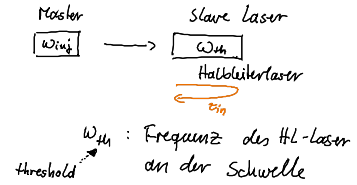
Zeiten?

Vielzeitansatz:  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial \tau}{\partial t}}_K \frac{\partial}{\partial \tau}$

motiviert durch Struktur der DGL ("ausbalancierte Gleichungen")

→ Zeiten  $t, \tau = Kt$

d.h.  $A(t, \tau) = A_0(t, \tau) + K A_1(t, \tau) + \dots$   
 $\Delta\phi(t, \tau) = \dots$   
 $n(t, \tau) = \dots$



rotating frame des Master Lasers

$$\Delta\omega_{inj} = \omega_{HL} - \omega_{inj}$$

$n$ : Abweichung von der Ladungsträgerzahl an der Schwelle  $n = \tilde{n} - n_{th}$

$\gamma$ : Pumpstrom

$K$ : Injektionsstärke  $K = \frac{|E_{inj}|}{\epsilon_{in}}$

Einsetzen ins DGL-System:

$$(I) : \frac{\partial}{\partial t} A_0 + K \frac{\partial}{\partial t} A_0 + K \frac{\partial}{\partial t} A_1 + K^2 \frac{\partial}{\partial t} A_1 = (n_0 + K n_1) (A_0 + K A_1) + \underbrace{K \cos \phi_0 - K (\sin \phi_0) \cdot \phi_1}_{\text{weil III. } \sigma(t)}$$

0. Ordnung in K:  $\frac{\partial}{\partial t} A_0 = n_0 A_0 = 0$

1. Ordnung in K:  $\frac{\partial}{\partial t} A_0 + \frac{\partial}{\partial t} A_1 = n_1 A_0 + \cos \phi_0$  (\*)

2. Ordnung in K:  $\frac{\partial}{\partial t} A_1 = n_1 A_1 - \phi_1 \sin \phi_0$

$$(II) \frac{\partial}{\partial t} \phi_0 + K \frac{\partial}{\partial t} \phi_0 + K \frac{\partial}{\partial t} \phi_1 + K^2 \frac{\partial}{\partial t} \phi_1 = K \Delta_1 + K^2 \Delta_2 - \alpha K n_1 - \frac{K \left( \frac{1}{A_0} - n_1 \frac{1}{A_0^2} \right)}{A_0 + K A_1} \left[ \sin \phi_0 + K \phi_1 \cos \phi_0 \right]$$

0. Ordnung:  $\frac{\partial}{\partial t} \phi_0 = 0$

1. Ordnung:  $\frac{\partial}{\partial t} \phi_1 + \frac{\partial}{\partial t} \phi_0 = \Delta_1 - \alpha n_1 - \frac{1}{A_0} \sin \phi_0$

2. Ordnung:  $\frac{\partial}{\partial t} \phi_1 = \Delta_2 + \frac{A_1}{A_0^2} \sin \phi_0 + \frac{1}{A_0} \phi_1 \cos \phi_0$

$$(III) \frac{I_1}{\epsilon_{ph}} \left( K \frac{\partial}{\partial t} n_1 + K^2 \frac{\partial}{\partial t} n_1 \right) = \gamma - K n_1 - (1 + 2K n_1) (A_0^2 + K^2 A_1^2 + 2K A_0 A_1)$$

0. Ordnung:  $\gamma = A_0^2$   
 $\hookrightarrow \frac{\partial}{\partial t} A_0 = 0$

1. Ordnung:  $\frac{I_1}{\epsilon_{ph}} \frac{\partial}{\partial t} n_1 = -n_1 - 2 \frac{A_0 A_1}{\sqrt{\gamma}} - 2 n_1 A_0^2$

$\rightarrow \frac{I_1}{\epsilon_{ph}} \frac{\partial}{\partial t} n_1 = -n_1 (1 + 2\sqrt{\gamma}) - 2 \sqrt{\gamma} A_1(t)$  |  $\frac{\partial}{\partial t}$

$$\frac{I_1}{\epsilon_{ph}} \dot{n}_1 = -n_1 (1 + 2\sqrt{\gamma}) - 2 \sqrt{\gamma} (n_1 A_0 + \cos \phi_0)$$



DGL mit konstanter Inhomogenität und konstanten Koeffizienten.

Lösung ist bekannt

$$(*)_n \quad n_1(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t} - \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cos \phi_0$$

d.h.  $n_1$  klingt exponentiell ab, und konvergiert zu

$$n_1 = -\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cos \phi_0$$

• Dynamik in  $t$  erst in 2. Ordnung von K

(\*)<sub>n</sub> einsetzen in (\*):

$$\frac{\partial}{\partial t} A_1 = -\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cos \phi_0 \sqrt{\gamma} + \cos \phi_0 = 0$$

$\rightarrow A_1$  hat keine Dynamik in  $t$

(\*n) einsetzen in II.  $\sigma(1)$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi_0 + \frac{\partial}{\partial t} \phi_1 = \Delta_1 + \left( \frac{\alpha}{\sqrt{1}} \cos \phi_0 - \frac{1}{\sqrt{1}} \sin \phi_0 \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi_0 = \Delta_1 + \frac{1}{\sqrt{1}} \left( -\sqrt{1+\alpha^2} \sin(\phi_0 - \arctan \alpha) \right)$$

$\frac{\partial}{\partial t} \phi_1 = 0$  um ein  
Divergieren der Lösung zu  
verhindern  
(Solvability Condition)

Rücktransformation auf  $\Delta \phi = \phi_0 + K \phi_1$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\phi} &= -\Delta \omega_{inj} - \sqrt{\frac{1+\alpha^2}{1}} K \sin(\Delta \phi - \arctan \alpha) \\ A_1 &= \text{const} & [A &= A_0 + K A_1] \\ n_1 &= -\frac{1}{\sqrt{1}} \cos \phi_0 & [n &= K n_1] \end{aligned}$$

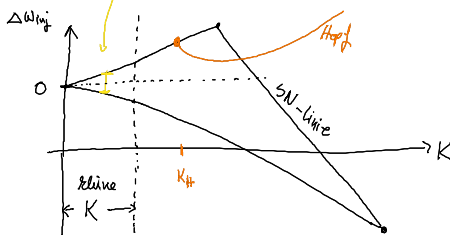
Halbleiter - Adlergleichung

• Dynamik für kleine  $K$ !  
(da nur 1. Ordnung betrachtet wurde)

Lockingbereich gegeben durch

$$\sqrt{\frac{1+\alpha^2}{1}} K \geq |\Delta \omega_{inj}|$$

d.h.  $\alpha$  ändert die Größe des Lockingbereiches



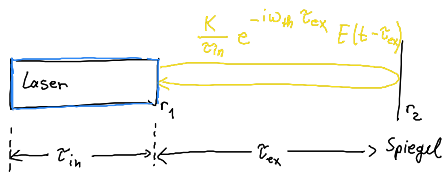
↳ nutzt man zur Bestimmung von  $\alpha$   
im Experiment

• Position des Startpunktes der Hopf-Bif.  
gegeben durch Dämpfung der  
Relaxationsoszillationen ( $\Gamma_{R0}$ )

$$K_H \sim \frac{\Gamma_{R0}}{\sqrt{1+\alpha^2}}$$

Gültigkeitsbereich der  
HL-Adlergleichung

### 6.3. Laser mit optischer Rückkopplung



Reflexion der Facetten bestimmt  $K$   $K = \frac{(1-r_1)r_2}{r_s}$

• nach einem Umlauf im Laser kommt zusätzliche Feldamplitude  $\frac{K}{E_{in}} e^{-i\omega_H \tau_{ex}} E(t - \tau_{ex})$  hinzu

dimensionslose Größen  
(zeit in Einheiten von  $\tau_{ph}$ )  
 $k = \frac{\tau_{ph}}{\tau_{in}} K$   
 $\tau = \frac{\tau_{ex}}{\tau_{ph}}$

- Wir führen eine Rückkopplungsphase  $C = \omega_H \tau_{ex}$  ein, da sehr kleine Längenvariationen im Spiegelabstand  $L$  stark ändern (da  $\omega_H$  im THz Bereich ist) aber  $E(t - \tau_{ex})$  nicht beeinflussen.

$$(I) \quad \begin{cases} \dot{E} = (1 + i\alpha) \mu E + k e^{-iC} E(t - \tau) \\ \dot{n} = \frac{\tau_{ph}}{T_1} \left( y - n - (1 + 2n) |E|^2 \right) \end{cases}$$

man führt oft Zeitskalenverhältnis ein

$$\left[ T = \frac{T_1}{\tau_{ph}}, \quad \mu = \frac{\tau_{ph}}{T_1} \right]$$

*E ist im rotating frame des freilaufenden Lasers an der Schwelle  $\omega_H$*

- Gleichung (I) ist eine Delay-Gleichung
- Lang-Kobayashi Gleichungen (LK Gleichung)
- Experiment: Laser zeigt bei kleinsten Rückkopplungsstärken chaotisches Verhalten  
→ Stabilitätsanalyse nötig!