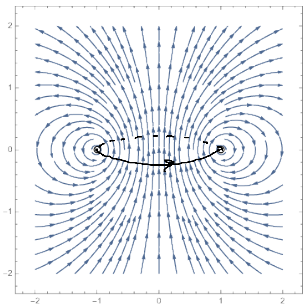
Wdh

+ magnet. Dipolmoment

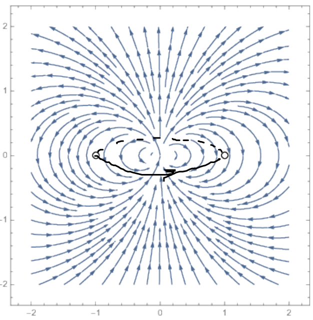
$$\underline{m} = \frac{1}{2c}\int \underline{r}' \times \underline{j}(r')\, d^3r'$$

$$\underline{A}(r) = \frac{\underline{m}\times\underline{r}}{r^3} \qquad \underline{B}(r) = \frac{3\underline{r}\,(\underline{m}\cdot\underline{r}) - \underline{m}\cdot r^2}{r^5}$$

Beispiel Leiterschleife



exakt



+ Kraft auf Dipol $\quad F \approx \nabla(\underline{m}\cdot\underline{B}) \qquad V = -(\underline{m}\cdot\underline{B})$

+ magnet. Feldstärke

$$H = B - 4\pi M$$

Magnetisierung

=> makroskop. MW-Gleichung der MS

$$\nabla\cdot B = 0 \qquad \nabla\times H = \frac{4\pi}{c}\, j_m$$

makroskop. Ströme

$$w_{MS} = \frac{1}{8\pi}\, B\cdot H \qquad w_{ES} = \frac{1}{8\pi}\, D\cdot E$$

4.9.2. Formen von Magnetismus

$\underline{M} = \chi_m \cdot \underline{H}$ Näherung für lineare und isotrope Medien

magnet. Suszeptibilität

magnet. Permeabilität

$$B = H + 4\pi M = (1+4\pi\chi_m)\cdot H = \mu H$$

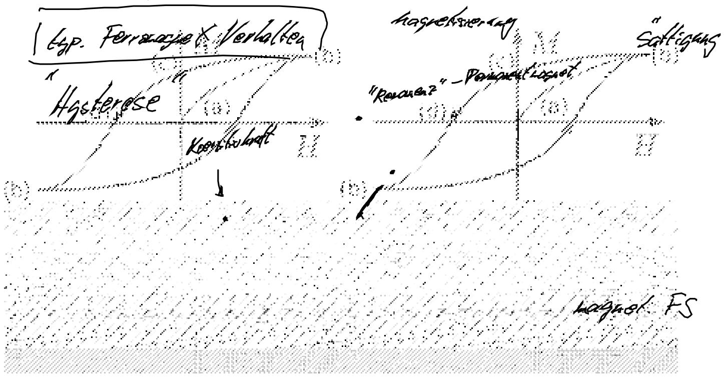
+ Diamagnetismus : $\chi_m < 0 \quad \mu < 1$
  bei allen Stoffen
  "induzierte Dipole"
  Lenz'sche Regel

+ Paramagnetismus : $\chi_m > 0 \quad \mu > 1$
  permanente Dipole
  richten sich mit ext. MF aus

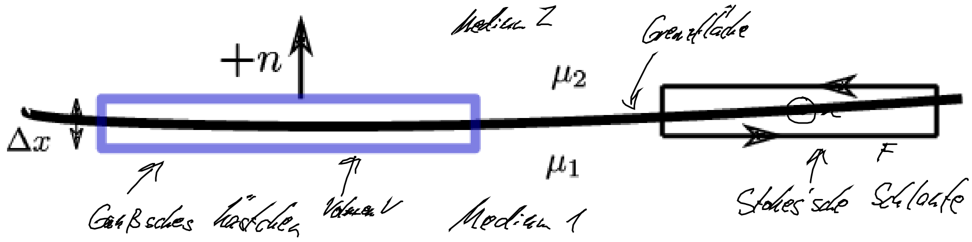
sehr schwach

+ kollektiver Magnetismus : WW der Dipole ist stärker als das externe Feld

+ Ferromagnetismus
+ Ferrimagnetismus
+ Antiferromagnetismus



4.9.3 Verhalten an Grenzflächen



aus $\nabla \cdot B = 0$ folgt

$$0 = \int_V \nabla \cdot B \, d^3 r = \oint_{\partial V} B \cdot dF = \Delta F \cdot n \, (B_2 - B_1) \rightarrow B_{1,n} = B_{2,n}$$

Normalen-komp. von B sind stetig

$$\iint (\nabla \times \underline{H}) \cdot \underline{n}' \, dF = \oint \underline{H} \, d\underline{r} = \iint_F \frac{4\pi}{c} \cdot \underline{j} \cdot \underline{n}' \, dF$$

falls $\underline{j} \cdot \underline{n}' = j_t = 0 \longrightarrow H_{1,t} = H_{2,t}$ tang. Komp. ist stetig bei verschw. Tangentialströmen

$$\boxed{\begin{matrix} B_{1,n} = B_{2,n} & H_{1,t} = H_{2,t} \\ E_{1,t} = E_{2,t} & D_{1,n} = D_{2,n} \end{matrix}}$$ Verh. an GF

grundlegende Größen sind E und B

H und D sind Hilfsgrößen (enthalten Dipolbeiträge im Medien)

im Vakuum gilt $H = B$ $D = E$

$$D = E + 4\pi \cdot P \longrightarrow \varepsilon \cdot E$$
$$B = H + 4\pi \cdot M \longrightarrow \mu \cdot H$$

5. Allgemeine Maxwell-Gleichungen

diel. Verschiebung

in ES: $\nabla\cdot D = 4\pi\rho_q$ $\qquad \nabla\times E = 0$

Ladungsdichte $\qquad$ Stromdichte

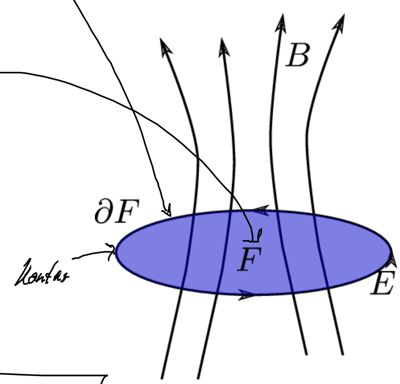
in MS: $\nabla\cdot B = 0$ $\qquad \nabla\times H = \frac{4\pi}{c}\, j$ $\qquad$ } Statik

magnet. FS

5.1. Grundgleichungen

Faraday 1831: bewegter Magnet induziert einen Strom in Leiterschleifen

- elektromot. „Kraft" $\mathcal{E}_{\partial F} = \oint_{\partial F} \underline{E}\cdot d\underline{r}$ $\quad \hat{=}$ einer Spannung
- magnet. Fluss $\underline{\Phi}_F = \iint_F \underline{B}\cdot d\underline{F}$



„Faraday Gesetz" (integrale Form)

$$\boxed{\oint_{\partial F} \underline{E}\cdot d\underline{r} = -\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\iint_F \underline{B}\cdot d\underline{F}}$$

Stokes

$$\Rightarrow \iint_F \left(\nabla\times\underline{E} + \frac{1}{c}\dot{\underline{B}}\right) d\underline{F} = 0$$ für beliebige F

$$\Rightarrow \boxed{\nabla\times E = -\frac{1}{c}\dot{B}}$$

Faraday-Gesetz in lokaler Form

(Verallg. von $\nabla\times E = 0$ aus ES) in MS gibt es auch Korrekturen

hatten: $\nabla\cdot j = 0$

jetzt: $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot j = 0 = \nabla\cdot\underbrace{\left(\frac{1}{4\pi}\dot{D} + j\right)}_{\text{divergenzfrei}}$ → schreibe als Rotationsfeld

Ampère

in MS: $\nabla\times H = \frac{4\pi}{c}\cdot j \qquad j \to j + \frac{1}{4\pi}\dot{D}$

$\nabla\times H = \frac{4\pi}{c}\cdot j + \frac{1}{c}\dot{D}$

„Maxwell-Gleichungen"

inhomogen

skalar
$$\boxed{\begin{aligned} \nabla\cdot D &= 4\pi\rho && \text{Coulomb} \\ \nabla\cdot B &= 0 && \\ \nabla\times E + \frac{1}{c}\dot{B} &= 0 && \text{Faraday} \\ \nabla\times H - \frac{1}{c}\dot{D} &= \frac{4\pi}{c}\cdot j && \text{Ampère} \end{aligned}}$$
Vektoriell

Maxwell   inhomogen

Polarisation

Verknüpfung $D = E + 4\pi P \xrightarrow{\text{lin. Medien}} \varepsilon\cdot E$

$B = H + 4\pi M \longrightarrow \mu\cdot H$

Magnetisierung

ohmsches Gesetz $j = \sigma_c\cdot E$

Leitfähigkeit

5.2. Mikroskop. Maxwell-Gleichungen und Potentiale

mikroskopisch $\qquad E = D \qquad B = H$

$\nabla\cdot E = 4\pi\rho$

$\nabla\cdot B = 0$

$\nabla\times E + \frac{1}{c}\dot{B} = 0$

$\nabla\times B - \frac{1}{c}\dot{E} = \frac{4\pi}{c}j$

homogene Gl. sollen durch Potentiale erfüllt werden

$\boxed{B = \nabla\times A} \longrightarrow \nabla\cdot B = 0$

$\nabla\times E + \frac{1}{c}\cdot\dot{B} = \nabla\times\left(E + \frac{1}{c}\dot{A}\right) = 0$

schreibe als Gradient $\stackrel{!}{=} -\nabla\Phi$

$$\boxed{E = -\nabla\Phi - \frac{1}{c}\dot{A}}$$

$$-\nabla\cdot E = -4\pi\rho = \Delta\Phi + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot A)$$

$$-\nabla\times B + \frac{1}{c}\dot{E} = -\frac{4\pi}{c}j = -\nabla(\nabla\cdot A) + \Delta A - \frac{1}{c^2}\ddot{A} - \frac{1}{c}\nabla\dot{\Phi}$$

Gleichungen für Potentiale

Eichfreiheit

$$A \to A + \nabla\Lambda(r,t)$$

$$\Phi \to \Phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\Lambda(r,t)}{\partial t}$$

speziell Lorentz-Eichung

$$\nabla\cdot A + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{4\pi}{c}j &= \Delta A - \frac{1}{c^2}\ddot{A} \\ -4\pi\rho &= \Delta\Phi - \frac{1}{c^2}\ddot{\Phi} \end{aligned}\right\}$$ Gleichungen entkoppeln unter Lorentz-Eichung

d'Alembert-Operator "Quabla"

$$\Delta - \frac{1}{c^2}\partial_t^2 = \Box$$

$$\boxed{\Box\Phi = -4\pi\rho \qquad \Box A = -\frac{4\pi}{c}j}$$

in Lorentz-Eichung

Vakuum: $\rho = 0$ $\quad j = 0$ $\quad \to$ Wellengleichung

5.3 Bestimmung der Eichfunktion Λ

5.3.1 Lorentz-Eichung

Seien Φ A gegeben ohne Erfüllung der Lorentz-Eichung

Φ' A' seien neue Potentiale

$$0 = \nabla\cdot A' + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi'}{\partial t} = \nabla\cdot A + \Delta\Lambda + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Lambda}{\partial t^2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Lambda = \Box\Lambda = -\left(\nabla\cdot A + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)$$

Eichfunktion ist eine Lösung d. inhomog. Wellengleichung

$\to$ Lorentz-Eichung fixiert die Potentiale nicht vollständig

Lösungen Λ der homog. $\Box\Lambda = 0$ führen Lorentz-konforme Potentiale ineinander über