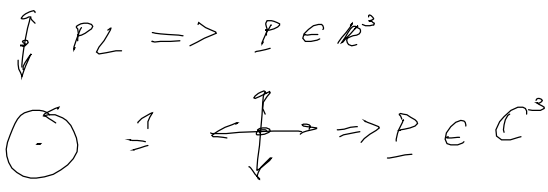
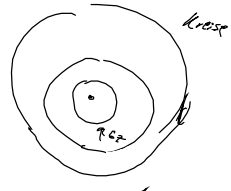


Wdh Beispiele für Dipol-Strahlung



Wdh G.C. Bohrsches Atom-Modell

Kreisbahn \downarrow Elektronen
 $|F_{ZF}| = \frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{4r^2} = |F_C|$



Drehimpuls sei quantisiert $L = r \times p = m_e \cdot v \cdot r = \hbar \cdot n \quad n \in \{1, 2, \dots\}$
 $r_n = \frac{(\hbar n)^2}{m_e e^2} \quad v_n = \frac{e^2}{\hbar n}$

$\omega_n = \frac{v_n}{r_n} \quad \omega_1 = \frac{v_1}{r_1} = 4 \cdot 10^{16} /s$

in Strahlungsformel aus.

$a_B = \frac{v^2}{r_0 \cdot e^2} \approx 0.5 \cdot 10^{-10} m$

$P = \frac{2}{3} \frac{\omega^4 a_B^2 e^2}{c^3}$

also PL auf Kreisbahn würde Energie abstrahlen & in den Kern stürzen

$E_n = \frac{1}{2} m_e v_n^2 - \frac{e^2}{4r_n} = \dots = -\frac{1}{2n^2} \frac{e^2}{a_B} \quad n \in \{1, 2, \dots\}$

$\tau_{21} \approx \mathcal{O}(10^{-10} s)$

o Schwingkreis

$Q(t) = C \cdot u(t)$
 (Bewert = 0)

$I(t) = \frac{H_S}{C \cdot L} \cdot \overline{\Phi}_{S(t)}$
↑ Induktion (E_Spot = 0)

$\rightarrow \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{1}{LC} u(t) = 0$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ Schwingkreis-Frequenz

o Modell für Streuung von Licht

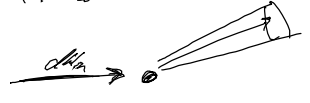
Dämpfung \downarrow
 $m \ddot{x}_0 + k \cdot \dot{x}_0 + k_0 \cdot x_0 = -e \cdot Re \{ E_0 e^{-i\omega t} \}$



$P = \frac{e^2 / \hbar c}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma \omega} \cdot E_0 = \alpha_c(\omega) \cdot E_0$

$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{\omega^4}{8\pi c^3} |P|^2 \cdot \sin^2 \vartheta = \frac{c}{8\pi} \left(\frac{e^2}{\hbar c^2} \right)^2 \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2} |E_0|^2 \sin^2 \vartheta$

Teilchenphysik: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN_{out}/(dt \cdot d\Omega)}{dN_{in}/(dt \cdot dF)}$



hier: Energie statt Teilchen

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{\left(\frac{dP}{d\Omega}\right)}{\langle |S_{\text{TH}}| \rangle}$$

$$\langle |S_{\text{TH}}| \rangle = \frac{c}{8\pi} |E_0|^2$$

diff. WQ: $\frac{dW}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^2}\right)^2 \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \cdot r_{\text{TH}}^2 \cdot \omega^2$

γ Bremsstrahlung
 ω_0 Resonanz
 Bremsstrahlung e^-

$$W = \int d\Omega \frac{dW}{d\Omega}$$

a.) $\omega \rightarrow \infty$

$$W = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^2}\right)^2 = \sigma_{\text{TH}} \quad \text{Thomson-Strahlung}$$

ist nicht ganz kompatibel mit dual-Annahme
 realistisch ist $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \sigma(\omega) \rightarrow 0$

b.) Maximum bei ω_0

$$W = \sigma_{\text{TH}} \cdot \frac{\omega_0^2}{\gamma^2}$$

\rightarrow Mossbauer-Effekt (res. Abstoßung)

c.) $\omega \rightarrow 0$

$$W \approx \sigma_{\text{TH}} \cdot \frac{\omega^4}{\omega_0^4} \quad \text{mit } \omega \ll \omega_0$$

$$\lambda_{\text{rot}} \approx 700 \text{ nm} \quad \lambda_{\text{blau}} \approx 400 \text{ nm} \quad \frac{\sigma_{\text{blau}}}{\sigma_{\text{rot}}} = \frac{\omega_{\text{blau}}^4}{\omega_{\text{rot}}^4} = \frac{\lambda_{\text{rot}}^4}{\lambda_{\text{blau}}^4} \approx 10$$

Himmel rot blau } Rayleigh-Strahlung
 Sonnenstrahlung rot

ca. 9. Formfaktor

betrachte N identische Stromzentren an Orten $r_j \quad j \in \{1, \dots, N\}$

$P_j(t) \propto E(r_j, t)$ Ableitung von j -ten El. ist $e r_j$

$\rho \propto e^{-i k \cdot r_j}$ $e^{-i k \cdot r_j}$

$$\frac{dG}{d\Omega} \Big|_N = \frac{dG}{d\Omega} \Big|_1 \cdot \left| \sum_{i=1}^N e^{i(\underline{k}-\underline{k}_0) \cdot \underline{r}_i} \right|^2$$

$$|F(\underline{k}-\underline{k}_0)|^2$$

$$F(\underline{q}) = \sum_{j=1}^N e^{i \underline{q} \cdot \underline{r}_j} = \int \underbrace{\sum_{j=1}^N \delta(\underline{r}-\underline{r}_j)}_{\text{Teilchendichte}} \cdot e^{i \underline{q} \cdot \underline{r}} d^3 r \quad \underline{q} = \underline{k} - \underline{k}_0$$

Beispiel Röntgen-Strukturanalyse

2D $\begin{matrix} \xrightarrow{a} & & & \\ \uparrow a & \leftarrow & & \\ & & (i,j,k) & \\ & & & \\ & & & \end{matrix}$ $\underline{r}_{ijk} = a(i \cdot \underline{e}_x + j \cdot \underline{e}_y + k \cdot \underline{e}_z)$ $i, j, k \in \{0, \dots, N_x-1\}$

$$F(\underline{q}) = \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} \sum_{k=0}^{N_z-1} e^{i \underline{q} \cdot \underline{r}_{ijk}}$$

$$\sum_{j=0}^{N_y-1} e^{i a j q_y} = \frac{1 - e^{i N_y a q_y}}{1 - e^{i a q_y}} = \frac{\sin\left(\frac{N_y a q_y}{2}\right)}{\sin\left(\frac{a q_y}{2}\right)} \cdot e^{i (N_y-1) a q_y / 2}$$

$$|F(\underline{q})|^2 = N^2 \frac{\sin^2\left(\frac{N_x a q_x}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{a q_x}{2}\right)} \left(\begin{matrix} x \rightarrow y \\ x \rightarrow z \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} x \rightarrow z \end{matrix} \right)$$

$N = \mathcal{O}(10^{23})$

endlich nur falls

$$\boxed{q_i \cdot a = 2\pi h_i} \quad h_i \in \mathbb{Z}$$

Bragg-Beziehung

$$q^2 = \underline{k}^2 + \underline{k}^2 - 2 \underline{k}^2 \cos \vartheta \quad \vartheta = \angle(\underline{e}_1, \underline{k})$$

$$= 2k^2 [1 - \cos \vartheta] = 4k^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$$

$$= \left(\frac{2\pi h_x}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi h_y}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi h_z}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\vartheta}{2} = \frac{q}{2k} = \frac{\lambda}{2a} \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2} \quad h_i \in \mathbb{Z}$$

\Rightarrow Bestrahlung von a

Kohärente & inkohärente Streuung

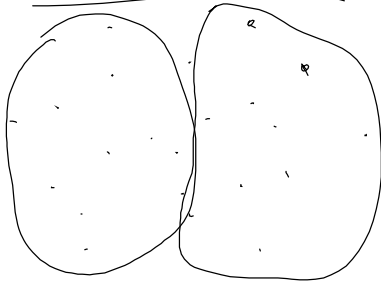
offenes Beugegitter

$$|F(\underline{q})|^2 = \sum_{i,j} e^{i \underline{q} \cdot (\underline{r}_i - \underline{r}_j)} = N + 2 \cdot \sum_{i < j} \cos[\underline{q} \cdot (\underline{r}_i - \underline{r}_j)]$$

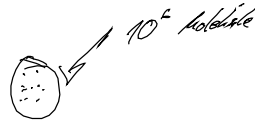
a.) Stromröhren liegen dicht beieinander $|z_e - z_j| \ll \lambda$
 $|F(z)|^2 \propto N^2$

b.) Stromröhren liegen weit auseinander $|z_e - z_j| \gg \lambda$
 + zufällige Verteilung $|F(z)|^2 \propto N$

Kond. von Wasserlämpf



=>
Nebelbildung



10^4 Kolben



$R \ll \lambda$

kohärente Strömung

$$|F(z)|^2 \propto N^2$$

$R \gg \lambda$

incoh. Strömung

$$|F(z)|^2 \propto N$$

7. Optik

histor. EM-Wellen in Vakuum
 jetzt: in Medien & Grenzflächen

$$\underline{D} = \epsilon \cdot \underline{E} \quad \underline{B} = \mu \cdot \underline{H}$$

Verknüpfungsgleichungen sind für schnelle Oszill. falsch

$$FT: \varphi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \varphi(x,\omega) \cdot e^{-i\omega t} d\omega$$

$$\varphi(x,\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \varphi(x,t) e^{i\omega t} dt$$

$$\underline{E}(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \underline{E}(x,\omega) \cdot e^{-i\omega t} d\omega$$

analog j, E, B, D, H

$$\left. \begin{array}{l} \nabla \cdot \underline{D} = \rho_{ext} \\ \nabla \times \underline{E} + \dot{\underline{B}} = 0 \\ \nabla \times \underline{H} - \dot{\underline{D}} = \underline{j} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \nabla \cdot \underline{D}(x,\omega) = 4\pi \rho(x,\omega) ; \nabla \cdot \underline{B}(x,\omega) = 0 \\ \nabla \times \underline{E}(x,\omega) - i \frac{\omega}{c} \underline{B}(x,\omega) = 0 \\ \nabla \times \underline{H}(x,\omega) + i \frac{\omega}{c} \underline{D}(x,\omega) = \frac{4\pi}{c} \underline{j}(x,\omega) \end{array}$$

1 Dipol $\underline{P} = \alpha_0(\omega) \underline{E}$

Teilchenantwort

$$\underline{E}(x) = 1 + 4\pi \alpha_0(\omega) = [1 + 4\pi \cdot \overset{\text{Teilchenantwort}}{\alpha_0(\omega)}]$$

im Frequenzraum

$$\underline{D}(r, \omega) = \varepsilon(\omega) \cdot \underline{E}(r, \omega)$$

$$\underline{B}(r, \omega) = \mu(\omega) \cdot \underline{H}(r, \omega) \quad \text{FT einsetzen}$$

zurück:

$$\begin{aligned} \underline{D}(r, t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \varepsilon(\omega) \cdot \underline{E}(r, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int d\omega \varepsilon(\omega) \int dt' \underline{E}(r, t') e^{-i\omega(t-t')} \\ &= \left[\frac{1}{2\pi} \int d\omega \varepsilon(\omega) \cdot e^{-i\omega(t-t')} \right] \underline{E}(r, t') dt' \quad \chi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \chi(\omega) \cdot e^{-i\omega t} d\omega \\ &= \underline{E}(r, t) + \frac{4\pi}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(t-t') \cdot \underline{E}(r, t') dt' \end{aligned}$$

war $t' < t$ darf beitragen "Kausalität"

$$\chi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma \cdot \omega}$$

$$\chi(t) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{\omega_p^2 e^{-i\omega t}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma \cdot \omega} d\omega = \frac{-1}{2\pi} \int \frac{\omega_p^2 e^{-i\omega t}}{(\omega - \omega_+) (\omega - \omega_-)} d\omega$$

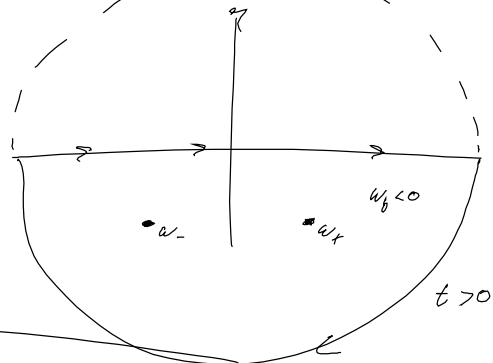
$\omega = \omega_x + i\omega_y$

$\Gamma > 0$

$$\omega_{\pm} = -i\frac{\Gamma}{2} \pm \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\Gamma^2}{4}}$$

$$\chi(t) = \omega_p^2 \frac{\sin\left[\sqrt{\omega_0^2 - \frac{\Gamma^2}{4}} t\right]}{\sqrt{\omega_0^2 - \frac{\Gamma^2}{4}}} \times$$

$$\times e^{-\Gamma t/2} \cdot \Theta(t)$$



$$\underline{D}(r, t) = \underline{E}(r, t) + \frac{4\pi}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \chi(\tau) \underline{E}(r, t-\tau) d\tau$$

Kausalität ist respektiert