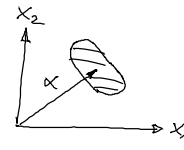


English Summary:

4.4.3 Squeezed states

$|\alpha, \xi\rangle = \hat{S}(\xi) \hat{D}(\alpha) |0\rangle$ coherent squeezed state
 squeeze op. $\hat{S}(\xi) = e^{\frac{1}{2}\xi^* \hat{a}^2 - \frac{1}{2}\xi \hat{a}^{\dagger 2}}$ $\xi = re^{i\theta}$



$(\Delta y_1)^2 = e^{-2r}$
 $(\Delta y_2)^2 = e^{2r}$ } for rotated quadrature components $y_1 + iy_2 = (x_1 + ix_2) e^{-i\frac{\theta}{2}}$

4.4.4 Mixed states (e.g. thermal photons)

P representation $\hat{\rho} = \int P(\alpha, \alpha^*) |\alpha\rangle \langle \alpha| d^2\alpha$ normal ordered op. (\hat{a}^\dagger left, \hat{a} right)
 Q representation: antinormal ordering

4.5 Photonen-Korrelationen

4.5.1 Photonen-detektion

z.B. Photoionisation (Photoelektron erzeugt durch absorb. Photonen)
 \Rightarrow nur Vermittler von $\hat{E}(\mathbf{r}, t)$ tragen bei.

$$\Rightarrow \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{r}} c_{\mathbf{r}} \hat{a}_{\mathbf{r}}$$

① Wahrscheinlichkeit, ein Photon am Ort \mathbf{r} pro dt zu detektieren

$$\tilde{w}_1(\mathbf{r}, t) = |\langle f | \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle|^2$$

\uparrow Endzustand \uparrow Anfangszustand

End-Zustand $\langle f |$ unbekannt \Rightarrow Summe über alle $\langle f |$ nötig

$$\begin{aligned} w_1(\mathbf{r}, t) &= \sum_f \tilde{w}_1(\mathbf{r}, t) \\ &= \sum_f \underbrace{\langle i | \hat{E}^{(-)} | f \rangle}_{1} \underbrace{\langle f | \hat{E}^{(+)} | i \rangle}_1 \\ &= \langle i | \hat{E}^{(-)} \hat{E}^{(+)} | i \rangle \end{aligned}$$

Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu detektieren,
 ist Erwartungswert von $\hat{E}^{(-)} \hat{E}^{(+)}$

gemischter Zustand:

$$w_1(\mathbf{r}, t) = \text{tr}(\hat{\rho} \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t)) = \langle \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) \rangle$$

$$\sum_i P_i |i\rangle \langle i|$$

4.5.2 Korrelationsfunktionen

Def.: Korrelationsfkt. 1. Ordnung des Feldes

$$G^{(1)}(r_1, r_2, t_1, t_2) = \langle \hat{E}^{(-)}(r_1, t_1) \hat{E}^{(+)}(r_2, t_2) \rangle$$

$$= G^{(1)}(r_1, r_2, \tau)$$

$\tau = t_2 - t_1$ (invariant bei Verschiebung der Zeit)

$$W_1(r, t) = G^{(1)}(r, r, 0)$$

- klassisch kann $G^{(1)}(r_1, r_2, \tau)$ aus spektraler Leistungsdichte bestimmt werden (Autokorrel.fkt. = Fouriertransf. der spektralen Leistungsdichte: Wiener-Khinchin-Theorem)

(2) Detektion von 2 Photonen

$$\tilde{W}_2(r_1, t_1, r_2, t_2) = |\langle \hat{I} | \hat{E}^{(+)}(r_2, t_2) \hat{E}^{(+)}(r_1, t_1) | i \rangle|^2$$

\vdots analog zu (1)

$$W_2(r_1, t_1, r_2, t_2) = \langle \hat{I} | \hat{E}^{(-)}(r_1, t_1) \hat{E}^{(-)}(r_2, t_2) \hat{E}^{(+)}(r_2, t_2) \hat{E}^{(+)}(r_1, t_1) | i \rangle$$

Def. Korrelationsfunktion 2. Ordnung des Feldes

$$G^{(2)}(r_1, r_2, r_3, r_4, t_1, t_2, t_3, t_4) = \langle \hat{E}^{(-)}(r_1, t_1) \hat{E}^{(-)}(r_2, t_2) \hat{E}^{(+)}(r_3, t_3) \hat{E}^{(+)}(r_4, t_4) \rangle$$

Normalordnung (\hat{a}^+ links, \hat{a} rechts)

$$\Rightarrow G^{(2)} \neq \langle I(r, t) I(r', t') \rangle \quad \text{wenn } \langle I \rangle = \langle \hat{E}^{(-)} \hat{E}^{(+)} \rangle$$

Einführung von normierten zeitlichen Korrelationsfunktionen mit $r_1=r_2=r_3=r_4$
(für einmodiges Feld)

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_4 = \tau$$

$$\bullet g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^+(t) \hat{a}(t+\tau) \rangle}{\sqrt{\langle \hat{a}^+(t) \hat{a}^+(t) \rangle} \sqrt{\langle \hat{a}(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \rangle}} = \frac{\langle \hat{a}^+(t) \hat{a}(t+\tau) \rangle}{\langle \hat{a}^+ \hat{a} \rangle}$$

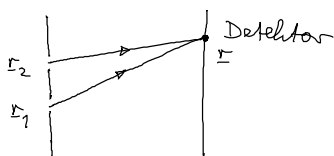
(zeitl.) Kohärenz 1. Ordnung

$$\bullet g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^+(t) \hat{a}^+(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \hat{a}(t) \rangle}{\langle \hat{a}^+ \hat{a} \rangle^2}$$

(zeitl.) Kohärenz 2. Ordnung

4.5.3 Bedeutung von $g^{(1)}$ und $g^{(2)}$

a) Bedeutung von $g^{(1)}$, z.B. Doppelspaltexperiment (Young)



$$\hat{E}^{(+)}(r, t) = C_1 \hat{E}^{(+)}(r_1, t - t_1) + C_2 \hat{E}^{(+)}(r_2, t - t_2)$$

$$\tau := t_1 - t_2$$

gemessene Intensität $\langle I(r, t) \rangle = \langle \hat{E}^{(-)}(r, t) \hat{E}^{(+)}(r, t) \rangle$

$$= |c_1|^2 \langle \hat{E}^{(-)}(r_1, t-t_1) \hat{E}^{(+)}(r_1, t-t_1) \rangle + |c_2|^2 \langle \hat{E}^{(-)}(r_2, t-t_2) \hat{E}^{(+)}(r_2, t-t_2) \rangle$$

$$+ 2 \operatorname{Re} [c_1^* c_2 \langle \hat{E}^{(-)}(r_1, t-t_1) \hat{E}^{(+)}(r_2, t-t_2) \rangle]$$

$$= \underbrace{|c_1|^2 G^{(1)}(r_1, r_1, 0)}_{\langle I^{(1)}(r) \rangle} + \underbrace{|c_2|^2 G^{(1)}(r_2, r_2, 0)}_{\langle I^{(2)}(r) \rangle} + \underbrace{2 \operatorname{Re} [c_1^* c_2 G^{(1)}(r_1, r_2, \tau)]}_{\operatorname{Re} [g^{(1)}(r_1, r_2, \tau)] \cdot 2 [\langle I^{(1)}(r) \rangle \langle I^{(2)}(r) \rangle]^{1/2}}$$

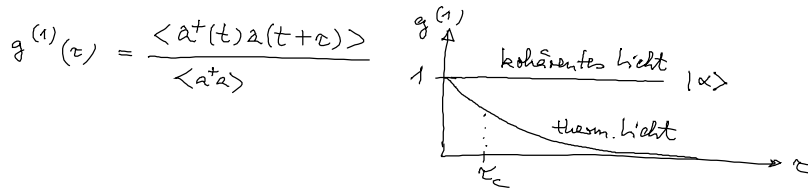
$$g^{(1)}(r_1, r_2, \tau) := \frac{G^{(1)}(r_1, r_2, \tau)}{\sqrt{G^{(1)}(r_1, r_1, 0) G^{(1)}(r_2, r_2, 0)}}$$

Ref.: Scully & Zubairy: Quantum Optics

$g^{(1)}(\tau) = 0 \Rightarrow$ keine Interferenzstreifen (unkohärente Lichtquelle)
inkohärentes Licht

$g^{(1)}(\tau) = 1 \Rightarrow$ beste Interferenzstreifen (total kohärentes Licht)

z.B.: thermisches Licht: $G^{(1)}(r_1, r_2, \tau) = \epsilon_0^2 e^{-i\omega_0 \tau - \frac{\tau^2}{2\tau_c^2}} \quad \tau \gg \tau_c \rightarrow 0$



τ_c Kohärenzzeit $\Leftrightarrow \frac{1}{\tau_c}$ spektrale Bandbreite des Lichtes

$$S(r, \omega) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^\infty d\tau G^{(1)}(r, r, \tau) e^{i\omega \tau} \quad - \frac{(\omega - \omega_0)^2 \tau_c^2}{2}$$

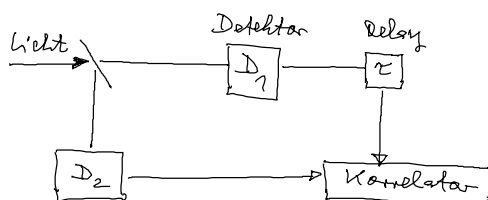
Wiener-Khinchin-Theorem $\Rightarrow S(r, \omega) = \frac{\epsilon_0^2 \tau_c}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2 \tau_c^2}{2}}$

(b) Bedeutung von $g^{(2)}$

- wie kann man Laser von Glühlampe unterscheiden, wenn Intensität + spektrale Breite gleich sind?

Hanbury-Brown-Twiss-Experiment

1954 Phil. Mag. 45, 663
1956 Nature 178, 1346



z.B. ebene Welle $\hat{E}^{(+)}(r_i) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i} (\hat{a}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i} + \hat{a}_{\mathbf{k}'} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i})$

$$G^{(2)}(r_1, r_2, 0) = \langle \hat{E}^{(-)}(r_1, t) \hat{E}^{(-)}(r_2, t) \hat{E}^{(+)}(r_2, t) \hat{E}^{(+)}(r_1, t) \rangle$$

$$= \langle \sum_k^4 (a_k^+ a_k^+ a_k a_k + a_{k'}^+ a_{k'}^+ a_{k'} a_{k'} + a_{k'}^+ a_k^+ a_k a_{k'} [1 + e^{-i(k-k')(t_1-t_2)}] + a_k^+ a_{k'}^+ a_{k'} a_k [1 + e^{i(k-k')(t_1-t_2)}]) \rangle$$

Nebenrechn.:

$$a_k^+ a_k^+ a_k a_k = a_k^+ a_k a_k^+ a_k - a_k^+ a_k$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ \langle n^2 \rangle & \langle n \rangle \end{matrix}$$

$$G^{(2)}(t_1, t_2, 0) = 2 \varepsilon^4 (\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle + \langle n \rangle^2 \{1 + \cos[(k-k')(t_1-t_2)]\})$$

Interferenzterm $\in [0, 2]$
 $= 2$ für $t_1 = t_2$

• thermisches Licht: $\langle n \rangle = \frac{1}{\exp(\frac{\hbar\omega}{kT}) - 1}$

$$\langle n^2 \rangle = 2 \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle \quad | \quad G^{(2)} \sim 2 \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle - \langle n \rangle$$

• Laserlicht
 (kohärentes Licht)

$$\langle n^2 \rangle = \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle \quad | \quad \sim \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle - \langle n \rangle$$

(Poisson-Verteilung)

ohne Interferenzterm:

$$\Rightarrow g^{(2)}(0)^{\text{therm}} = \frac{2 \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle^2} = 2$$

$$g^{(2)}(0)^{\text{Laser}} = \frac{\langle n \rangle^2}{\langle n \rangle^2} = 1$$

$$g^{(2)}(0)^{\text{Fock}/n_0} = 1 - \frac{1}{n_0}$$

