English Summary:

4.5 Photon correlations

Field corr. fct. of 1^{st} order $G^{(1)}(\underline{r}_1, \underline{r}_2, \tau) = \langle \hat{E}^{(-)}(\underline{r}_1, t) \hat{E}^{(+)}(\underline{r}_2, t+\tau) \rangle$

probability to detect a photon at $\underline{r}$: $G^{(1)}(\underline{r}, \underline{r}, 0)$

Field corr. fct. of 2^{nd} order $G^{(2)}(\underline{r}_1, \underline{r}_2, \underline{r}_3, \underline{r}_4, t_1, t_2, t_3, t_4) = \langle \hat{E}_1^{(-)} \hat{E}_2^{(-)} E_3^{(+)} E_4^{(+)} \rangle$

temporal coherence of 1^{st} order (normalized) $g^{(1)}(\tau) = \dfrac{\langle a^+(t)\, a(t+\tau) \rangle}{\langle a^+ a \rangle}$ $\Rightarrow$ interference

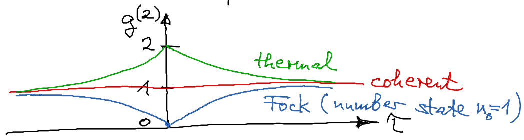
of 2^{nd} order $g^{(2)}(\tau) = \dfrac{\langle a^+(t)\, a^+(t+\tau)\, a(t+\tau)\, a(t) \rangle}{\langle a^+ a \rangle^2}$

$\Rightarrow$ 2-photon correlation (Hanbury-Brown-Twiss)
prob. to detect a photon at t and a photon at $t+\tau$

$g^{(2)}(0)^{\text{therm}} = 2$ (super-Poissonian)

$g^{(2)}(0)^{\text{laser}} = 1$ (Poissonian)

$g^{(2)}(0)^{\text{Fock}\,|n_0\rangle} = 1 - \frac{1}{n_0}$ (sub-Poissonian)



4.5.4 Bedingungen für nichtklassisches Licht

klassisch (Feldop. durch c-Zahlen ($\in \mathbb{C}$) ersetzt) folgt aus Schwarz-Ungleichung $|\langle A^* B \rangle|^2 \leq \langle |A|^2 \rangle \langle |B|^2 \rangle$:

$$|\langle I(t)\, I(t+\tau) \rangle|^2 \leq \langle I^2(t) \rangle \langle I^2(t+\tau) \rangle$$

(Reihenfolge der Felder spielt keine Rolle: $I(t) I(t+\tau) = E^{(-)}(t)\, E^{(-)}(t+\tau) E^{(+)}(t+\tau)\, E^{(+)}(t)$)

Quantenkohärenz: $|\langle :I(t)\, I(t+\tau): \rangle|^2 \leq \langle :I^2(t): \rangle \langle :I^2(t+\tau): \rangle$

Normalordnung $\quad \langle a^+ a^+ a a \rangle \quad \langle a^+ a^+ a a \rangle$

$$[g^{(2)}(\tau)]^2 \leq [g^{(2)}(0)]^2$$

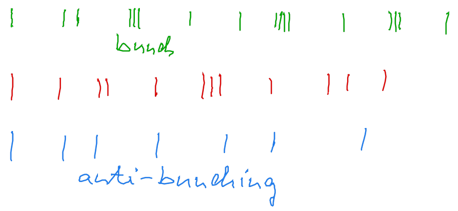
$$\boxed{g^2(\tau) \leq g^{(2)}(0)}$$ gilt für therm. Licht und Laserlicht

therm. $<$: d.h. Photonen treffen lieber ohne Zeitdifferenz auf
$\Rightarrow$ <u>photon bunching</u>

therm. Licht:

kohärentes Licht: zufällig

Fock-Zustand:



<u>Nichtklass. Licht</u>:

(I) $\boxed{g^{(2)}(\tau) > g^{(2)}(0)}$ anti-bunching

„lieber nicht zusammen eintreffen"

(II) Eine andere nichtklass. Bed. ist

$$\boxed{g^{(2)}(0) < 1}$$

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^+a^+aa\rangle}{\langle a^+a\rangle^2} < 1$$ sub-Poisson-Verteilung
(Poisson: $g^{(2)}(0) = 1$)

$$\Leftrightarrow \langle a^+a^+aa\rangle - \langle a^+a\rangle^2 < 0$$

in P-Darstellung $\int P(\alpha,\alpha^*)\,(|\alpha|^4 - \langle a^+a\rangle^2)\,d^2\alpha < 0$

$$\Leftrightarrow \int P(\alpha,\alpha^*)\,(|\alpha|^2 - \langle a^+a\rangle)^2\,d^2\alpha < 0$$

denn $\int P(\alpha,\alpha^*)\,(|\alpha|^4 + \langle a^+a\rangle^2 - 2\underbrace{|\alpha|^2}_{\langle a^+a\rangle}\langle a^+a\rangle)\,d^2\alpha$

$P(\alpha,\alpha^*)$ für klass. Licht ist positiv!

<u>hier</u> aber $P<0$, da $(|\alpha|^2 - \langle a^+a\rangle)^2 > 0$
und $\int P(\alpha,\alpha^*)(|\alpha|^2 - \langle a^+a\rangle)^2 d^2\alpha < 0$

$\Rightarrow$ <u>nichtklass. Zustand</u> (P ist keine klass. Verteilungsfkt.!
keine Wahrscheinlichkeitsdichte!)

= <u>sub-Poisson-Verteilung</u>

4.6 Quanten-Mastergl.

Lit. H.J. Carmichael: Stat. Methods in Quantum Optics, Vol. I
(Master Eqs. and Fokker-Planck Eqs.)

Nichtgleichgewichtsdynamik: <u>Dissipation in der Quantenmechanik</u>?

- System S (z.B. Atom oder harmon. Osz.) wechselwirkt mit Umgebung R
- Umgebung ist ein Reservoir im thermischen Gleichgewicht (Bad)

$\Rightarrow$ Dissipation (Dämpfung, Irreversibilität)

Ziel: Entwicklung einer Mastergl. für reduzierte Dichtematrix des Systems $\hat{\varrho}_S = \mathrm{tr}_R\, \hat{\varrho}_{SR}$

Voraussetzung: schwache Kopplung zwischen System u. Reservoir, Reservoir (groß) nicht beeinflusst von WW

$$\Rightarrow \quad \hat{\varrho}_{SR} = \hat{\varrho}_S(t) \otimes \hat{\varrho}_R(0) + \underbrace{\hat{\varrho}_c(t)}_{\text{Kopplung}}$$

$\Rightarrow$ damit $\hat{\varrho}_S = \mathrm{tr}_R\, \hat{\varrho}_{SR}$ gilt, muss gelten: $\mathrm{tr}_R\, \hat{\varrho}_c(t) = 0$

Methode: Dichtematrixansatz im Wechselwirkungs-Bild

$$i\hbar\, \dot{\hat{\varrho}}^W_{SR} = [\hat{V}, \hat{\varrho}^W_{SR}] \qquad \hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_W$$
$$\hat{V} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}\, \hat{H}_W\, e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}$$
$$\hat{\varrho}^W_{SR} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}\, \hat{\varrho}_{SR}\, e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}$$

(im Folgenden Index W und ^ weglassen)

formale Integration liefert

$$\varrho_{SR}(t) = \varrho_{SR}(0) - \frac{i}{\hbar}\int_0^t [V(t'), \varrho_{SR}(t')]\, dt' \qquad (*)$$

$$\underset{\text{iterativ}}{\overset{(*)}{=}} \varrho_{SR}(0) - \frac{i}{\hbar}\int_0^t [V(t'), \varrho_{SR}(0)]\, dt' - \frac{1}{\hbar^2}\left\{\int_0^t dt' \int_0^{t'} dt'' [V(t'), [V(t''), \varrho_{SR}(t'')]]\right\}$$

- Iteration ergibt Potenzreihe in V, aber für expon. Zerfall wären unendl. viele Integrationen nötig
  $\Rightarrow$ Abbruch (Störungstheorie 2. Ordnung = Born'sche Näherung)

Differentiation nach t

$$(L) \quad \dot{\varrho}_{SR}(t) = -\frac{i}{\hbar}[V(t), \varrho_{SR}(0)] - \frac{1}{\hbar^2}\int_0^t dt' \, [V(t), [V(t'), \varrho_{SR}(t')]]$$

Annahmen: (1) schwache Kopplung $\varrho_{SR} = \varrho_S(t) \otimes \varrho_R(0) + \varrho_c(t)$ $\quad \varrho_c(t) = O(V) \approx 0$
(nur 2. Ordn. in V)
Born'sche Näherung

(2) Markov-Annahme
- Bad hat viele Freiheitsgrade also schnelle Dynamik, auf dieser schnellen Zeitskala ändert sich das System langsam (Zeitskalentrennung)
  d.h. Näherung $\varrho_S(t') \rightarrow \varrho_S(t)$

Partielle Spurbildung über R

$$\boxed{\dot{\varrho}_S(t) = -\frac{i}{\hbar}\mathrm{tr}_R [V(t), \varrho_S(0) \otimes \varrho_R(0)] - \frac{1}{\hbar^2}\mathrm{tr}_R \int_0^t dt' \, [V(t), [V(t'), \varrho_S(t)] \otimes \varrho_R(0)]}$$

Mastergleichung (Born – Markov – Näherung)

Dgl. 1. Ordnung in ϱ_S
(Kenntnis zum Zeitpunkt $t=0$ reicht, keine Vergangenheit)

$$\boxed{\dot{\varrho}_S = \mathcal{L}\varrho_S}$$ Liouville-Op. $\mathcal{L}$ (Super-Op.)

oBdA $\quad tr_R[V, \varrho_R(0)] = 0 \quad$ ($\langle$reservoir op.$\rangle_R = 0 \Rightarrow$ 1. Term R.S. fällt weg)

$$\boxed{\dot{\varrho}_S(t) = -\frac{1}{\hbar^2}\, tr_R \int_0^t dt' \left[V(t), [V(t'), \varrho_S(t)] \otimes \varrho_R(0)\right]}$$ Quanten-Mastergl.