

III: Elektromagnetisch induzierte Transparenz

λ -System:



Anfangsbedingung:

$$|\psi(0)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |b\rangle + e^{i\gamma} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |c\rangle$$

Gesamtwellenfunktion:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i=a,b,c} c_i |i\rangle$$

Die Lösung ist analytisch noch zu berechnen:

$$c_a(t) = \frac{i \sin(\Omega t/2)}{\Omega} \left\{ \Omega_1 e^{-i\phi_1} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \Omega_2 e^{-i(\phi_2 + \gamma)} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\}$$

$$c_b(t) = \frac{1}{\Omega^2} \left\{ \left[\Omega_2^2 + \Omega_1^2 \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right] \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - 2\Omega_1\Omega_2 e^{i(\phi_1 - \phi_2 - \gamma)} \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right\} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$c_c(t) = \frac{1}{\Omega^2} \left\{ -2\Omega_1\Omega_2 e^{-i(\phi_1 - \phi_2)} \sin^2\left(\frac{\Omega t}{4}\right) \cos\frac{\theta}{2} + \left[\Omega_1^2 + \Omega_2^2 \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right] e^{-i\gamma} \sin\frac{\theta}{2} \right\}$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$$

1

Effekt: Coherent population trapping

- starke Anregung eines Λ -Systems
- wirklich quantenmechanischer Effekt, da Wahrscheinlichkeiten destruktiv miteinander interferieren
- notwendige Inphasenzwei:
 $|\Omega_1| = |\Omega_2|$, und $\Omega_1 e^{i\varphi} = -\Omega_2$
- Anwendungsbeispiele: Quantenmemory, denn qubit ist geschützt
- Lösung geschickter in neuer

Basen: $|E\rangle = |a\rangle$

$$|B\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} \{ \Omega_1 |b\rangle + \Omega_2 |c\rangle \}$$

$$H = \Delta |E\rangle\langle E| + \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \{ |E\rangle\langle B| + h.c. \}$$

$$|D\rangle = \frac{1}{\Omega_2} \{ \Omega_2 |b\rangle - \Omega_1 |c\rangle \}$$

\Rightarrow VORS

$$H|D\rangle = 0 \quad (\text{Dark state})$$

Berühmteste Anwendung

STIRAP:

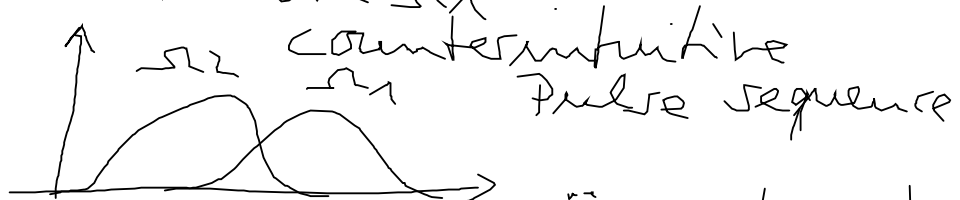
(stimulated rapid adiabatic passage)

- (1.) man wähle $\Omega_1(0) = 0$ und Anfangswellenfunktion $|\psi(0)\rangle = |b\rangle$



(2) d.h. mit $\Omega_2 \neq 0$ $|4(0)\rangle = |D\rangle$

(3) wir erhöhen langsam die Intensität von Ω_1



(4) da $H|D\rangle = 0$ verändert sich die Besetzung nicht

$$\frac{d}{dt} \langle D | \rho | D \rangle = 0$$

$$(5.) \frac{d}{dt} \langle A | \rho | A \rangle \neq 0 \quad |D\rangle = \Omega_2(A) |B\rangle - \Omega_1(A) |C\rangle$$

$$\text{also } \frac{d}{dt} \langle D | \rho | D \rangle =$$

$$= \frac{d}{dt} \{ \Omega_2 |B\rangle - \Omega_1 |C\rangle \} + \frac{d}{dt} \{ \Omega_2(A) \rho |B\rangle - \Omega_1(A) \rho |C\rangle \}$$

$$\langle B | \frac{d}{dt} \rho | D \rangle = \frac{\Omega_1 \dot{\Omega}_2 - \dot{\Omega}_1 \Omega_2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$$

$$\Omega_1 = \Omega_0 \sin \frac{t}{\tau}, \quad \Omega_2 = \Omega_0 \cos \frac{t}{\tau}$$

$$\langle B | \frac{d}{dt} \rho | D \rangle = -\frac{d}{dt} \frac{1}{\tau}$$

Überlapp leider vorhanden,
aber kontrollierbar durch
Pulse und eben $\tau \gg 1$

\Rightarrow es ist möglich, die Besetzung
 $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ zu bringen
 ohne $|a\rangle$ relevant zu besetzen
 \Rightarrow praktisch verlustfrei
 (in AHO, nicht so in
 Halbleiter)
 $\hat{=}$ ideal für quantum
 information processing

EIT: nichtlineares Quanten-
 effekt (Scully 7.3)

Dispersive Quantenstärken in
 Medium

$$\nabla \cdot \underline{D} = 0, \nabla \cdot \underline{B} = 0$$

$$\nabla \times \underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}, \nabla \times \underline{H} = \underline{j} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$$

Materialgl. $\underline{D} = \epsilon_0 \underline{E} + \underline{P}$

$$\underline{B} = \mu_0 \underline{H}, \underline{j} = \sigma \underline{E}$$

Ansatz für Polarisation

$$\underline{P} = \epsilon_0 \underline{\chi} \underline{E}$$

mit $\underline{\chi}$ als Suszeptibilität

Wellengleichung:

$$\left\{ \partial_z^2 - \mu_0 \sigma \partial_t + \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \right\} \underline{E}$$

$$= \mu_0 \frac{\partial^2 \underline{P}}{\partial t^2}$$

$$\underline{E}(z, t) = \frac{1}{z} \underline{E}(z, t) e^{-i(\omega t - kz + \phi(z, t))}$$

genau $\underline{P}(z, t)$

SVE (Slowly varying envelope)

$$\left| \frac{\partial E}{\partial t} \right| \ll \omega E$$

Trägerfrequenz sehr im
des E vorhanden sind

$$\left| \frac{\partial E}{\partial z} \right| \ll k E, \quad \left| \frac{\partial \phi}{\partial t} \right| \ll \omega, \quad \left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right| \ll k$$

$$\left| \frac{\partial P}{\partial t} \right| \ll \omega P, \quad \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right| \ll k P$$

vereinfache die Wellengl.

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(-\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) E = -\kappa_0 \sigma E - \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$$

SVE anwenden

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0 c} E - \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t}$$

Amplitude
 $\hat{=}$ Absorption
(EIT)

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{2\epsilon_0} \frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t}$$

Phaseneinfluss
 $\hat{=}$ Dispersion
(slow light)

Wir müssen die Polarisation
ausrechnen, also die zugeordnete
Polarisierbarkeit des Mediums,

also proportional zu dem Dipolmomenten
 d. h. die zugeordnete
 Übergangswahrscheinlichkeitsamplitude
 $a \rightarrow b$ f_{ab} , $\hat{P} \propto d_{fab}$

$$f_{ab} = \langle \gamma | a \rangle \langle b | \gamma \rangle = \langle a | b \rangle$$

Die Amplituden müssen per
 Schrödingergl. ermittelt werden oder
 per VV Gl.: $\dot{g} = -\frac{i}{\hbar} [H, g]$

$$H = -\frac{\hbar}{2} \left\{ \underbrace{d_{ab} \frac{e^{-i\omega t}}{\hbar}}_{=: \Omega_p} |a\rangle \langle b| + \Omega_\mu e^{-i\omega_\mu t} |a\rangle \langle c| + \text{h.c.} \right\}$$



ausrechnen!

$$\langle a | \dot{g} | b \rangle = \dot{f}_{ab} = -\frac{i}{\hbar} \langle a | [H, g] | b \rangle$$

$$= \frac{i}{\hbar} \frac{\hbar}{2} \left\{ \Omega_p e^{-i\omega t} \langle a | a \rangle \langle b | g | b \rangle + \Omega_\mu e^{-i\omega_\mu t} \langle a | a \rangle \langle c | g | b \rangle \right\}$$

$$- \frac{i}{\hbar} \frac{\hbar}{2} \left\{ \langle a | g \rangle \left[\Omega_p e^{-i\omega t} |a\rangle \langle b| \right] \right\}$$

$$- i\omega_{ab} \langle a | g | b \rangle - \Omega_p f_{ab}$$

$$\dot{g}_{ab} = (-\bar{U} \omega_{ab} - \mathcal{J}_1) g_{ab} - \bar{U} \Omega_p e^{-i\omega t} (g_{aa} - g_{bb}) + \frac{\bar{U}}{2} \Omega_p e^{-i\omega_{\mu} t} \underline{g_{cb}}$$

$$\dot{g}_{cb} = -(\bar{U} \omega_{cb} + \mathcal{J}_3) g_{cb} - \frac{\bar{U}}{2} \Omega_p e^{-i\omega t} g_{ca} + \frac{\bar{U}}{2} \Omega_p e^{i\omega_{\mu} t} g_{ab}$$

$$\dot{g}_{ac} = -(\bar{U} \omega_{ac} + \mathcal{J}_2) g_{ac} - \frac{\bar{U}}{2} \Omega_p e^{-i\omega_{\mu} t} (g_{aa} - g_{cc}) + \frac{\bar{U}}{2} \Omega_p e^{-i\omega t} g_{bc}$$

$\Omega_p \ll \Omega_{\mu}$ störungstheorie möglich in Ω_p

$$g_{bb}(0) = 1, \quad g_{ij}(0) = 0 \quad (i \neq j) \neq b$$

$$\dot{\tilde{g}}_{ab} = -(\mathcal{J}_1 + \bar{U} \Delta) \tilde{g}_{ab} + \frac{\bar{U}}{2} \Omega_p + \frac{\bar{U}}{2} \Omega_{\mu} \tilde{g}_{cb}$$

$$\dot{\tilde{g}}_{cb} = -(\mathcal{J}_3 + \bar{U} \Delta) \tilde{g}_{cb} + \frac{\bar{U}}{2} \Omega_{\mu} \tilde{g}_{ab}$$

$$\Delta = \omega_{ab} - \omega, \quad \omega_M = \omega_{ac}$$

$$S_{ab} = \tilde{S}_{ab} e^{-i\omega t}, \quad S_{cb} = \tilde{S}_{cb} e^{-i(\omega + \omega_M)t}$$

$$\tilde{S}_{cb}(t) = \int_{-\infty}^t dt' e^{-(\gamma_3 + i\Delta)(t-t')} \frac{i}{2} \Omega_M \tilde{S}_{ab}(t')$$

$$S_{ab}(t) = \frac{i \Omega_P}{2} e^{-i\omega t} \left[\frac{\gamma_3 + i\Delta}{(\gamma_1 + i\Delta)(\gamma_3 + i\Delta) + \Omega_M^2/4} \right]$$

für $\Omega_P^{(1)}$

Damit Suszeptibilität berechenbar:

$$\mathcal{P} = \chi S_{ab} d_{ab} e^{i\omega t}$$

$$\text{und } \chi = \frac{\mathcal{P}}{\epsilon_0 E} = \frac{\chi d_{ab} e^{i\omega t}}{\epsilon_0 E} \frac{S_{ab}}{S_{ab}}$$

$$= \chi(\omega, t)$$

Betrachte: Ω_M ist experimentell kontrollierbar
 Ω_P ist schwach nach Voraussetzung

Nimmt man jetzt $\Delta = 0$
 (resonanter Probe Puls)

und mit $\Omega_M \gg \gamma_1, \gamma_3$
 haben das System stark an

→ keine Absorption mehr,
d.h. das Material wird
transparent

→ EIT, nämlich durch
Quantenkohärenzen
induziert

$$\text{Re}[\chi] = 0 !$$

