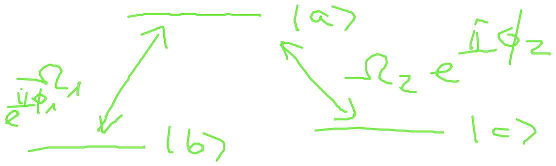
III: Elektromagnetisch induzierte Transparenz

Λ-System:



Anfangsbedingung:

$$|\psi(0)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|b\rangle + e^{-i\psi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|c\rangle$$

Gesamtwellenfunktion:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i=a,b,c} c_i |i\rangle$$

Die Lösung ist analytisch noch zu berechnen:

$$c_a(t) = i\,\frac{\sin(\Omega t/2)}{\Omega}\left\{\Omega_1 e^{-i\phi_1}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \Omega_2 e^{-i(\phi_2+\psi)}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right\}$$

$$c_b(t) = \frac{1}{\Omega^2}\left\{\left[\Omega_2^2 + \Omega_1^2\cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right)\right]\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - 2\Omega_1\Omega_2 e^{i(\phi_1-\phi_2-\psi)}\sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right\}$$

$$c_c(t) = \frac{1}{\Omega^2}\left\{-2\Omega_1\Omega_2 e^{-i(\phi_1-\phi_2)}\sin^2\left(\frac{\Omega t}{4}\right)\cos\frac{\theta}{2} + \left[\Omega_1^2 + \Omega_2^2\cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right)\right]e^{-i\psi}\sin\frac{\theta}{2}\right\}$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$$

Effekt: Coherent population trapping

- starke Anregung eines Λ-Systems
- wirklich quantenelektronischer Effekt, da Wahrscheinlichkeiten destruktiv miteinander interferieren
- notwendige Frequenzen:
  $|\Omega_1| = |\Omega_2|$, und $\Omega_1 e^{i\varphi} = -\Omega_2$
- Anwendungsbeispiele: Quantum memory, denn qubit ist geschützt
- Lösung geschickter in neuer Basis:

$$|E\rangle = |a\rangle$$

$$|B\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} \{ \Omega_1 |b\rangle + \Omega_2 |c\rangle \}$$

$$H = \Delta |E\rangle\langle E| + \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \{ |E\rangle\langle B| + h.c. \}$$

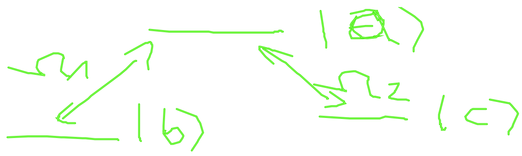
$$|D\rangle = \frac{1}{\Omega} \{ \Omega_2 |b\rangle - \Omega_1 |c\rangle \}$$

$$\Rightarrow \text{VOXS}$$

$$H|D\rangle = 0 \quad (\text{Dark state})$$

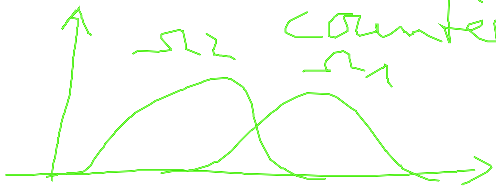
Berühmteste Anwendung STIRAP:
(stimulated rapid adiabatic passage)

(1.) man wähle $\Omega_1(0) = 0$ und Ausgangswellenfunktion $|\psi(0)\rangle = |b\rangle$



(2) d.h. mit $\Omega_2 \neq 0$ $\quad |\Psi(0)\rangle = |D\rangle$

(3) wir erhöhen langsam die Intensität von Ω_1



counterintuitive Pulse sequence

(4) da $H|D\rangle = 0$ verändert sich die Besetzung nicht

$$i\hbar\,\partial_t|\Psi\rangle = H|\Psi\rangle$$

(5.) $\frac{\partial}{\partial t}\Omega_1(t) \neq 0$ $\quad |D\rangle = \Omega_2(t)|b\rangle - \Omega_1(t)|c\rangle$

also $i\hbar\,\partial_t|D\rangle =$

$$= i\hbar\{\dot\Omega_2|b\rangle - \dot\Omega_1|c\rangle\} +$$

$$+ i\hbar\underbrace{\{\Omega_2(t)\,\partial_t|b\rangle - \Omega_1\,\partial_t|c\rangle\}}_{=0}$$

$$\langle B|i\hbar\,\partial_t|D\rangle = i\,\frac{\Omega_1\dot\Omega_2 - \dot\Omega_1\Omega_2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$$

$$\Omega_1 = \Omega_0 \sin\frac{t}{\tau}, \quad \Omega_2 = \Omega_0 \cos\frac{t}{\tau}$$

$$\langle B|i\hbar\,\partial_t|D\rangle = -i\hbar\,\frac{1}{\tau}$$

Überlapp leider vorhanden, aber kontrollierbar durch Pulse und eben $\tau \gg 1$

$\Rightarrow$ es ist möglich, die Besetzung $|b\rangle \longrightarrow |c\rangle$ zu bringen ohne $|a\rangle$ relevant zu besetzen
$\Rightarrow$ praktisch verlustfrei (in AMO, nicht so im Halbleiter)
$\hat{=}$ ideal für quantum information processing

EIT: nichtlinearer Quanteneffekt (Scully 7.3)

Diskutiere Quantenkohärenzen im Medium

$$\nabla \cdot \underline{D} = 0\,, \quad \nabla \cdot \underline{B} = 0$$
$$\nabla \times \underline{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\underline{B}\,, \quad \nabla \times \underline{H} = j + \frac{\partial D}{\partial t}$$

Materialgl.
$$\underline{D} = \varepsilon_0 \underline{E} + \underline{P}$$
$$\underline{B} = \mu_0 \underline{H}\,, \quad \bar{j} = \sigma \underline{E}$$

Ansatz für Polarisation
$$\underline{P} = \varepsilon_0 \underline{\underline{\chi}}\, \underline{E}$$
mit χ als Suszeptibilität

Wellengleichung:
$$\left\{ \partial_z^2 - \mu_0 \sigma \partial_t + \frac{1}{c^2}\partial_t^2 \right\} E = \mu_0 \partial_t^2 P$$

$$E(z,t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(z,t)\, e^{-i(\omega t - kz + \phi(z,t))}$$
genauso $P(z,t)$

SVE (slowly varying envelope)

$$\left|\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}\right| \ll \omega \mathcal{E}$$

Trägerfrequenz sehr viel höher als die Frequenzen, die in der $\mathcal{E}$ vorhanden sind

$$\left|\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z}\right| \ll k\mathcal{E}, \quad \left|\frac{\partial \phi}{\partial t}\right| \ll \omega, \quad \left|\frac{\partial \phi}{\partial z}\right| \ll k$$

$$\left|\frac{\partial P}{\partial t}\right| \ll \omega P, \quad \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right| \ll kP$$

vereinfache die Wellengl.

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\partial_t\right)\left(-\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)E = -\mu_0 \sigma E - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} P$$

SVE anwenden

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 c}\mathcal{E} - \underbrace{\frac{1}{2\varepsilon_0} k \,\mathrm{Im}[P]}_{\substack{\text{Amplitude} \\ \hat{=} \text{ Absorption} \\ (\text{EIT})}}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{c}\partial_t \phi = -\frac{1}{2\varepsilon_0} k \frac{1}{\mathcal{E}} \underbrace{\mathrm{Re}[P]}_{\substack{\text{Phaseneinfluss} \\ \hat{=} \text{ Dispersion} \\ (\text{slow light})}}$$

wir müssen die Polarisation ausrechnen, also die zugeordnete Polarisierbarkeit des Mediums.

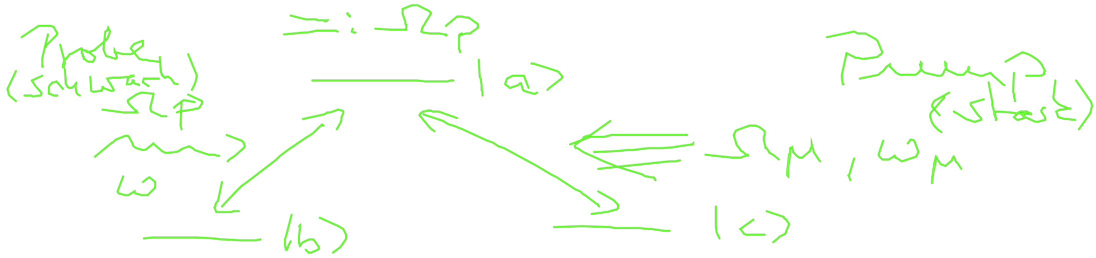
also proportional zu den Dipolmomenten
d.h. die zugeordnete
Übergangswahrscheinlichkeitsamplitude

$a \longrightarrow b \quad \rho_{ab} \quad , \quad P \propto d\,\rho_{ab}$

$$\rho_{ab} = \langle \Psi | \, |a\rangle\langle b| \, | \Psi \rangle = \langle \, |a\rangle\langle b| \, \rangle$$

Die Amplituden müssen per Schrödingergl. ermittelt werden oder per VN Gl.: $\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H,\rho]$

$$H = -\frac{\hbar}{2}\Big\{ \underbrace{\frac{d_{ab}\,\mathcal{E}}{\hbar}}_{=:\,\Omega_P} e^{i\omega t} |a\rangle\langle b| + \Omega_\mu e^{-i\omega_\mu t} |a\rangle\langle c| + h.c. \Big\}$$



ausrechnen!

$$\langle a|\dot{\rho}|b\rangle = \dot{\rho}_{ab} = -\frac{i}{\hbar}\langle a|[H,\rho]|b\rangle$$

$$= \frac{i}{\hbar}\frac{\hbar}{2}\Big\{ \Omega_P e^{-i\omega t} \langle a|a\rangle\langle b|\rho|b\rangle + \Omega_\mu e^{-i\omega_\mu t} \langle a|a\rangle\langle c|\rho|b\rangle \Big\}$$

$$-\frac{i}{\hbar}\frac{\hbar}{2}\Big\{ \langle a|\rho \big\{ \Omega_P e^{-i\omega t} |a\rangle\langle b|b\rangle$$

$$-i\omega_{ab} \langle a|\rho|b\rangle - \gamma_1 \rho_{ab}$$

$$\dot\rho_{ab} = \left(-i\omega_{ab} - \gamma_1\right)\rho_{ab} - i\,\Omega_p\, e^{-i\omega t}\left(\rho_{aa} - \rho_{bb}\right) + \frac{i}{2}\,\Omega_\mu\, e^{-i\omega_\mu t}\,\underline{\rho_{cb}}$$

$$\dot\rho_{cb} = -\left(i\omega_{cb} + \gamma_3\right)\rho_{cb} - \frac{i}{2}\,\Omega_p e^{-i\omega t}\,\cancel{\rho_{ca}} + \frac{i}{2}\,\Omega_\mu\, e^{i\omega_\mu t}\,\rho_{ab}$$

$$\dot\rho_{ac} = -\left(i\omega_{ac} + \gamma_2\right)\rho_{ac} - \frac{i}{2}\,\Omega_\mu\, e^{-i\omega_\mu t}\left(\rho_{aa} - \rho_{cc}\right) + \frac{i}{2}\,\Omega_p\, e^{-i\omega t}\,\rho_{bc}$$

$\Omega_p \ll \Omega_\mu$ Störungstheorie möglich in Ω_p

$$\rho_{bb}(0) = 1\,,\quad \rho_{ij}(0) = 0 \quad (i \wedge j) \neq b$$

$$\dot{\tilde\rho}_{ab} = -\left(\gamma_1 + i\Delta\right)\tilde\rho_{ab} + \frac{i}{2}\,\Omega_p + \frac{i}{2}\,\Omega_\mu\,\tilde\rho_{cb}$$

$$\dot{\tilde\rho}_{cb} = -\left(\gamma_3 + i\Delta\right)\tilde\rho_{cb} + \frac{i}{2}\,\Omega_\mu\,\tilde\rho_{ab}$$

$\Delta = \omega_{ab} - \omega \quad , \quad \omega_\mu = \omega_{ac}$

$\rho_{ab} = \tilde{\rho}_{ab} \, e^{-i\omega t} \quad , \quad \rho_{cb} = \tilde{\rho}_{cb} \, e^{-i(\omega + \omega_{ac})t}$

$\hat{\rho}_{cb}(t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \, e^{-(\gamma_3 + i\Delta)(t-t')} \, \frac{i}{2} \Omega_\mu \, \underline{\hat{\rho}_{ab}(t')}$

$\rho_{ab}(t) = \frac{i \Omega_p}{2} e^{-i\omega t} \left[\frac{\gamma_3 + i\Delta}{(\gamma_1 + i\Delta)(\gamma_3 + i\Delta) + \Omega_\mu^2/4} \right]$

für $\Omega_p^{(1)}$

Damit Suszeptibilität berechenbar:

$P = 2 \rho_{ab} \, d_{ab} \, e^{i\omega t}$

und $\chi = \frac{P}{\varepsilon_0 E} = \frac{2 d_{ab}}{\varepsilon_0 E} e^{i\omega t} \, \underline{\underline{\rho_{ab}}}$

$= \chi(\omega, t)$

Betrachte: Ω_μ ist experimentell kontrollierbar

Ω_p ist schwach nach Voraussetzung

Nimmt man jetzt $\Delta = 0$ (resonanter Probepuls)

und wir $\Omega_\mu \gg \gamma_1, \gamma_3$

treiben das System stark an

$\longrightarrow$ keine Absorption mehr, d.h. das Material wird transparent

$\longrightarrow$ EIT, nämlich durch Quantenkohärenzen induziert

$Re[\chi] = 0$!