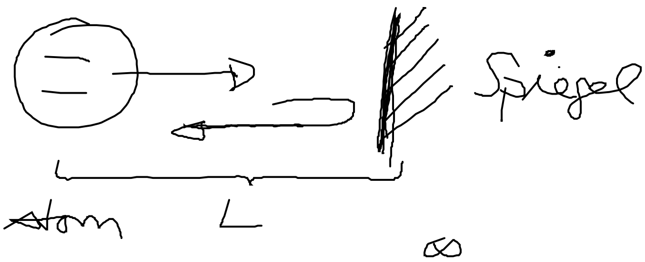
Noch ausstehende Themen: 4 VL noch!

- Verschränkte Photonenpaare
- Resonatorphysik: Laser, Jaynes-Cummings Modell, Purcell-Enhancement
- Quanten-Zeno-Effekt

---

Rückkopplung: Feedback

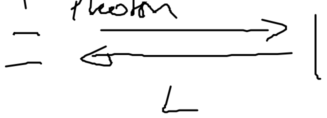


$$H = \hbar\omega_{eg}\sigma_{ee} + \hbar\int_0^\infty dk\, \omega_k b_k^\dagger b_k + \hbar\int dk\, g_k^* b_k^\dagger \sigma_{ge} + h.c.$$

$\Rightarrow$ RWA, $g \ll \omega_{eg}$
(aktuelles Forschungsthema, $g \approx \omega_{eg}$)

$\rightarrow$ Randbedingungen durch den Spiegel, $g_k = g_0 \sin(kL)$
(semiklassische Näherung)

$L$ definiert eine Umlaufzeit



$\frac{2L}{c} = \tau$

Wir beschränken uns auf den
1-Anregungsfall $\sigma_{ee}(0)=1$

Wechselwirkungsbild: $g_k(t) = g_0 \sin(kL)\, e^{i(\omega_{eg}-\omega_k)t}$

$$-i\hbar\, \partial_t O = [H, O] + \cancel{\partial_t O}$$

$$-i\hbar\, \dot\sigma_{ee} = \hbar \int dk \left\{ g_k^*(t)\, b_k^\dagger \sigma_{ge} - g_k(t)\, b_k\, \sigma_{eg} \right\}$$

$$-i\hbar\, \dot\sigma_{gg} = \hbar \int dk \left\{ g_k(t)\, b_k\, \sigma_{eg} - g_k^*(t)\, b_k^\dagger \sigma_{ge} \right\}$$

$$-i\hbar\, \dot b_k(t) = -\hbar\, g_k^*(t)\, \sigma_{ge}$$

$$b_k(t) - b_k(0) = -i \int dt'\, g_k^*(t')\, \sigma_{ge}(t')$$

$$\dot\sigma_{ge} = i \int dk \left\{ g_k(t)\, \sigma_{ee}\, b_k - g_k(t)\, \sigma_{gg}\, b_k \right\}$$

$$= \left[\sigma_{ee}(t) - \sigma_{gg}(t)\right] \times$$

$$\times\, i \int dk\, g_k(t) \left[ b_k(0) - i \int_0^t dt'\, g_k^*(t')\, \sigma_{ge}(t') \right]$$

$$= \left[\sigma_{ee}(t) - \sigma_{gg}(t)\right] \times$$

$$\times \left[ i \underbrace{\int dk\, g_k(t)\, b_k(0)}_{=:\Delta B} - \int_0^t dt'\, \sigma_{ge}(t') \underbrace{\int dk\, g_k(t)\, g_k^*(t')}_{=:F(t,t')} \right]$$

$$F(t,t') = g_0^2 \int dk\, \underbrace{\sin^2(kL)}_{=\left[\frac{1}{2i}\left(e^{ikL} - e^{-ikL}\right)\right]^2} e^{i(\omega_{eg}-\omega_k)t}\, e^{-i(\omega_{eg}-\omega_k)t'}$$

$$= g_0^2 e^{i\omega_{eg}(t-t')} \int dk \left(-\frac{1}{4}\right)\left[2 - e^{i\omega_k \frac{2L}{c}} - e^{-i\omega_k \tau}\right] e^{i\omega_k(t-t')}$$

$$= \frac{\pi g_0^2}{4} e^{i\omega_{eg}(t-t')} \Big[2\delta(t-t') - \delta(t-t'-\tau) - \underbrace{\delta(t-t'+\tau)}\Big]$$

$$\dot{\sigma}_{ge} = [\sigma_{ee}(t) - \sigma_{gg}(t)] \times \times \left\{ i \Delta B(t) + \int_0^t dt' F(t,t') \sigma_{ge}(t') \right\}$$

$$= [\sigma_{ee}(t) - \sigma_{gg}(t)] \times \times \left\{ i \Delta B(t) + \underbrace{\frac{g_0^2}{2c}}_{=\Gamma} \pi \left[\cancel{2}\, \frac{\sigma_{ge}(t)}{2} - e^{i\omega_{eg}\tau} \sigma_{ge}(t-\tau)\, \Theta(t-\tau)\right]\right\}$$

$|g\rangle\langle g|g\rangle\langle e| = |g\rangle\langle e|$

$|e\rangle\langle e|g\rangle\langle e| = 0$

$$= [\sigma_{ee}(t) - \sigma_{gg}(t)]\, i \Delta B(t) - \Gamma \sigma_{ge} + [\sigma_{ee}(t) - \sigma_{gg}(t)] \overbrace{\Gamma e^{i\omega_{eg}\tau}}^{=:\Gamma'} \sigma_{ge}(t-\tau)\, \Theta(t-\tau)$$

$$\dot{\sigma}_{ee} = -i \int dk\, g_k(t) \sigma_{eg}(t) \left\{ b_k(0) - i \int_0^t dt' g_k^*(t') \sigma_{ge}(t') \right. + \text{h.a}$$

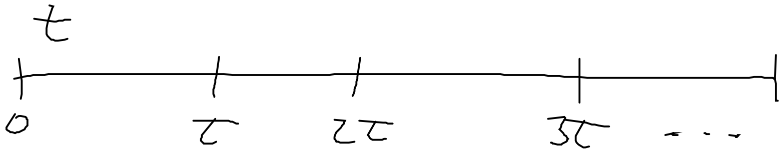
$$= -i \sigma_{eg} \Delta B(t) - \sigma_{eg}(t) \Gamma \left\{ \sigma_{ge}(t) - \Gamma' \sigma_{ge}(t-\tau) \right. + \text{h.a.}$$

$$= -i\sigma_{eg}\Delta B(t) - 2\Gamma\sigma_{ee} +$$
$$+\Gamma'\sigma_{eg}(t)\sigma_{ge}(t-\tau)$$
$$+\Gamma'\sigma_{eg}(t-\tau)\sigma_{ge}(t)$$

Nenne um: $E = |e\rangle\langle e|$, $P = |g\rangle\langle e|$, $P_\tau = P(t-\tau)$

$$\dot{E} = \frac{d}{dt}(P^+P) = -2\Gamma E + \Gamma' P^+ P_\tau$$
$$+\Gamma'^* P_\tau^+ P$$
$$+ i\Delta B^+(t) P - i P^+ \Delta B(t)$$

$$\dot{P} = -\Gamma P + \Gamma'(1-2E)P_\tau +$$
$$+ i\Delta B(t)\,[2E-1]$$




$t<\tau$:

$$\frac{d}{dt}\langle E\rangle = -2\Gamma\langle E\rangle, \quad \frac{d}{dt}\langle P\rangle = -\Gamma\langle P\rangle$$

$$\langle E\rangle(0) = 1 \qquad \langle P\rangle(0) = 0$$

$$\xrightarrow[\text{[Messprozess]}]{} \langle P(t)\rangle = 0 \quad (t<\tau)$$

Zu erwarten, da wir einen spontanen Zerfall beschreiben, da das Atom noch nicht weiß, dass es einen Spiegel gibt

$\tau < t < 2\tau$ :

$$\langle \dot{E} \rangle = -2\Gamma \langle E \rangle + 2\,\mathrm{Re}\left[\Gamma' \underbrace{\langle P^+ P_\tau \rangle}_{\text{unbekannt}}\right]$$

$$\frac{d}{dt}\langle P^+ P_\tau \rangle = \left\langle \left(\frac{d}{dt} P^+\right) P_\tau \right\rangle + \left\langle P^+ \left(\frac{d}{dt} P_\tau\right) \right\rangle$$

$$= -2\Gamma \langle P^+ P_\tau \rangle + \Gamma'^* \{ \langle P_\tau^+ P_\tau \rangle - \underbrace{2\langle E P_\tau \rangle}_{\text{fällt weg, weil wir nur eine Anregung haben}} \}$$

$$= -2\Gamma \langle P^+ P_\tau \rangle + \Gamma'^* \underbrace{\langle E(t-\tau) \rangle}_{= e^{-2\Gamma(t-\tau)}}$$

$$\langle E(t) \rangle = \underbrace{\langle E(0) \rangle}_{=1} e^{-2\Gamma t}$$

$$\langle P^+ P_\tau \rangle = e^{-2\Gamma t} \left\{ \langle P^+(\tau) P(0) \rangle + \int_\tau^t dt'\, e^{2\Gamma t'} e^{-2\Gamma(t'-\tau)} \Gamma' \right\}$$

$$\dot{A} = -\alpha A + B(t)$$

$$\longrightarrow A(t) = e^{-\alpha t} \int dt'\, e^{\alpha t'} B(t')$$

$$\frac{d}{d\tau'} \langle P^+(\tau') P(0) \rangle = -\Gamma \langle P^+(\tau') P(0) \rangle$$

$$\tau' < \tau$$

$$\langle P^+(\tau') P(0) \rangle = \underbrace{\langle P^+(\tau'=0) P(0) \rangle}_{= \langle E \rangle (0) = 1} e^{-\Gamma \tau'}$$

$$\langle P^+ P_\tau \rangle = e^{-2\Gamma t - \Gamma \tau} + \frac{e^{-2\Gamma(t-\tau)}}{\Gamma^{*\prime}} (t-\tau)$$

$$\frac{d}{dt}\langle E\rangle(t) = -2\Gamma\langle E\rangle + 2\,\mathrm{Re}[\Gamma']\underbrace{\langle P^+ P_\tau\rangle}_{=e^{-2\Gamma\tau}}$$

$$\langle E\rangle = e^{-2\Gamma t}\Big\{\langle E\rangle(\tau) + 2\,\mathrm{Re}[\Gamma']e^{-\Gamma\tau}(t-\tau)$$

$$+ 2\Gamma^2 e^{2\Gamma\tau}\Big\{\tfrac{1}{2}(t^2-\tau^2) - \tau(t-\tau)\Big\}$$

$$= e^{-2\Gamma(t+\tau)} + 2\,\mathrm{Re}[\Gamma']e^{-2\Gamma(t+\frac{\tau}{2})}(t-\tau)$$

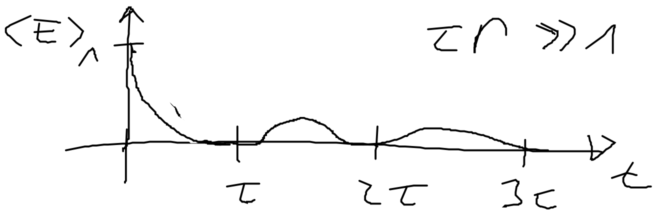
$$+ \Gamma^2 e^{-2\Gamma(t-\tau)}(t-\tau)^2$$

$$(\tau < t < 2\tau) \qquad \Gamma' = \Gamma e^{i\omega_{eg}\tau}$$

$$e^{-\Gamma\tau} \cong 0$$

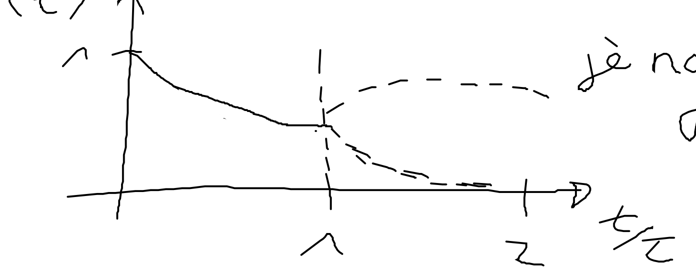
$$\longrightarrow \langle E(t)\rangle = \Gamma^2 e^{-2\Gamma(t-\tau)}(t-\tau)^2$$

$$\tau\Gamma \gg 1 \quad e^{-2\Gamma\tau} \simeq 0$$




falls $e^{-\Gamma\tau} > 0$, spielt die Phase eine Rolle, d.h.

$$\mathrm{Re}[\Gamma'] \simeq \cos(\omega_{eg}\tau) + \sin(\omega_{eg}\tau)$$




je nachdem, ob $\mathrm{Re}[\Gamma'] \begin{matrix} > 0 \\ < 0 \end{matrix}$

Zerfall kann verstärkt oder
abgeschwächt werden

$\Delta B$ in den Start gedrückt!

---

$$E = P^+P \quad , \quad G = PP^+$$

$$\underline{1} = E + G$$

$$\dot{P} = -\Gamma P + i \Delta B(t) [2E - \underline{1}]$$

$$\dot{P}^+ = -\Gamma P^+ - i [2E - \underline{1}] \Delta B^+(t)$$

$$\frac{d}{dt}\langle P^+P\rangle = \frac{d}{dt}\langle E\rangle = -2\Gamma P^+P + i \Delta B^+ P - i P^+ \Delta B(t)$$

$$\frac{d}{dt}\langle PP^+\rangle = -2\Gamma PP^+ + i \Delta B(t) P^+ - i P \Delta B^+(t)$$

$$\Delta B = 0 \quad (?)$$

$$\frac{d}{dt}\langle E+G\rangle = \frac{d}{dt}\langle \underline{1}\rangle = 0$$

$$= \frac{d}{dt}\langle P^+P + PP^+\rangle \overset{!}{=} -2\Gamma \underbrace{\langle PP^+ + P^+P\rangle}_{=1} \neq 0$$

$\longrightarrow \Delta B(t)$ kann nicht in allen Fällen Null sein

$$\dot{P} = -\Gamma P + F(\Delta B)$$

stochastische Größe

$$\longrightarrow \frac{d}{dt}(AB) = \dot{A}B + A\dot{B} + \xi$$

$$\underline{\text{Ito:}} \quad d(AB) = (dA)B + A(dB) + (dA)(dB)$$