

English Summary:

Control of delay-coupled neurons

$$\epsilon \dot{x}_1 = x_1 - \frac{x_1^3}{3} - y_1 + c[x_2(t-\tau^c) - x_1(t)] + K[x_1(t-\tau^K) - x_1(t)]$$

$$\dot{y}_1 = x_1 + a$$

$$\epsilon \dot{x}_2 = x_2 - \frac{x_2^3}{3} - y_2 + c[x_1(t-\tau^c) - x_2(t)] + K[x_2(t-\tau^K) - x_2(t)]$$

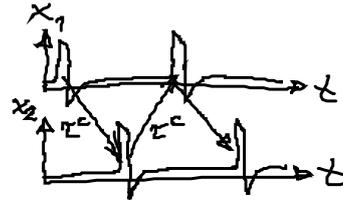
$$\dot{y}_2 = x_2 + a$$

delay-induced antiphase osc.:

$$T = 2\tau^c$$

resonances: $N^K \tau^K = N^c 2\tau^c \Rightarrow T = \frac{2\tau^c}{N^K} = \frac{\tau^K}{N^c}$

in-phase / anti-phase / bursting / amplitude death



7. Chimera - Zustände



Schimäre 350 v. Chr. (Louvre)

Schimäre = Fabelwesen
der griech. Mythologie:
Hybrid aus Löwe, Ziege
und Schlange

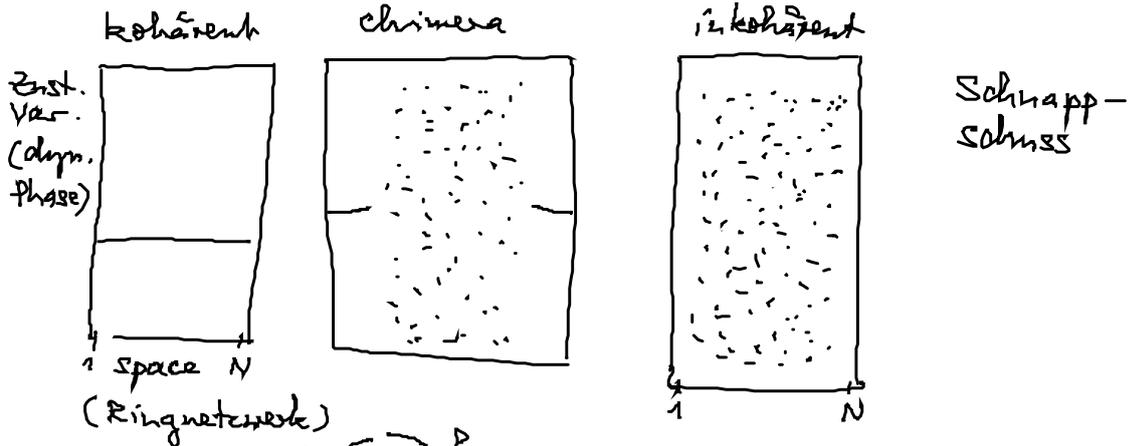
Nichtlineare Dynamik
auf Netzwerken:

Chimera ist Hybridzustand
aus nicht zueinander
kollektiver Dynamik:
räuml. Koexistenz von
synchron. (kohärenten) u.
desynchron. (inkohärenten) Osz.
in Netzwerken aus ident.
Oszillatoren (spontane
Symmetriebrechung)

Beispiele: neuronale Netzwerke (unihemispheric sleep)
 Zugvögel, Delfine
 Rattenberg et al.,
 Nature Comm., 2016)

(epilept. Anfall - Auslösung u. Beendigung über
 Rothkegel u. Lehnertz, New J. Phys. 16, 055006 (2014)
 Andrzejak et al., Scientific Reports 6, 23000 (2016))

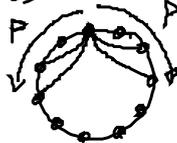
- power grids
- soziale Netzwerke



(Ringnetzwerke)



lokale



nichtlokale
 Kopplungsradius

$$r = \frac{p}{N}$$

↑

Hier findet man i.a. Chimera

(P. Kalle, Sawicki, Zakharov, Schöll: Chaos 27, 033110 (2017)
 Wechselspiel von Kopplung u. lokaler nichtlin. Dyn.)



globale Kopplung

NB: gekoppelte nicht-identische OSE können komplexes
 koll. Verhalten zeigen: frequency locking, Phasensynch.,
 partielle Synchron., amplitude death

Hier: ident. OSE mit ident. Kopplungsstruktur (zirkuläre
 Adjazenz-
 Matrix)

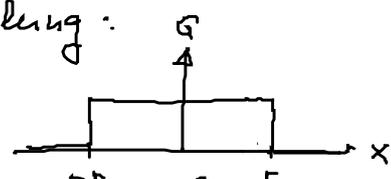
2002 Kuramoto u. Battogtokh: Netzwerke aus Phasengleichung.

$$\dot{\varphi}(x, t) = \omega - \int_{-\pi}^{\pi} G(x-x') \sin[\varphi(x, t) - \varphi(x', t) + \alpha] dx'$$

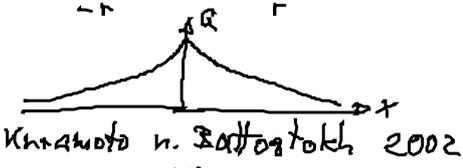
x : Position $x \in [0, 2\pi]$
 $\varphi(x, t)$: Oszillatorphase

Kopplungskern G der nichtlokalen Kopplung:

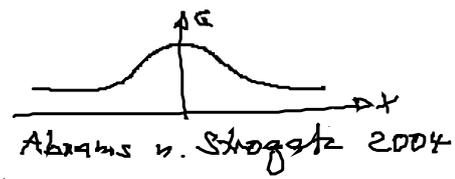
(i) $G(x) = \begin{cases} \frac{1}{2r} & \text{für } |x| \leq r \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$



(ii) $G_k(x) = \frac{ke^{-k|x|}}{2(1-e^{-k})}$

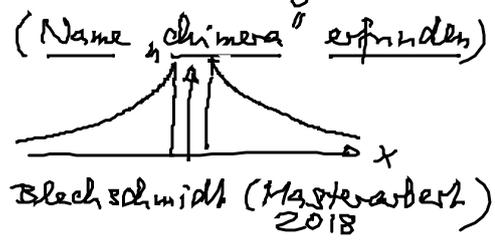


(iii) $G_A(x) = \frac{1 + A \cos \frac{x}{2}}{2\pi}$



(iv) $G_\alpha(x) \sim |x|^{-\alpha}$

algebraisch
(power law)



(v) fraktale (hierarchische) Konnektivität

$n=1$	—	—	1 0 1
$n=2$	— —	— —	101 000 101
$n=3$	— — —	— — —	100000101 0... 101000100
:			

→ Kopplungsmatrix

⇒ verschachtelte Chimera-Zustände

Omelchenko et al, PRL 91, 022917 (2015)
 Ulonska et al, Chaos 26, 094825 (2016)
 Sawicki et al, EPL-ST 226, 1883 (2017) } mit zeitverzög. Kopplung
 EPLS, subm. (2018)

Lokale Dynamik:

Kuramoto-Phasen-OSE. (analyt. im Kontinuumslimes)

Fitzthugh-Nagumo-Modell (Amplituden-Phasen-Koppl.: Multi-Chimeras (OSE-Regime)

I. Omelchenko, O. Omel'chenko, Hövel, Schöll: PRL 110, 224101 (2013)

Van der Pol-OSE.: Kontin. Übergang sinusoidal-Relax. OSE.

Stuart-Landau-OSE.: $\dot{z} = (\lambda + i\omega - |z|^2)z \equiv f(z)$
 $\dot{z}_j = f(z_j) + \sum_{k=j-P}^{j+P} (Re z_k - Re z_j)$

S^2 -Symmetrie
gebrochen durch Koppl.

⇒ Amplituden-Chimeras

(Kohärenz-Inkohärenz bzgl. Amplit. nicht Phase)

Zakharova, Kapeller, Schöll: PRL 112, 154101

Populationsdyn.: Banerjee et al PRE 94, 032206 (2014)

Stabilität: Tümel, Zakharova, Leberer, Faust, Schöll, EPL 17, 20001 (17)

Robust gegen Noise: Loos, Claumens, Schöll, Zakharova, PRE 93, 012209 (16)

zeitverzög. Koppl.: Gjurichinowski, Schöll, Zakharova, PRE 95, 042218 (17)

Stabilisierung durch Rückkopplung:

Omelchenko, Omel'chenko, Zakharova, Schöll, PRE 97,

K_5 der Pol-Orte } " " " , Wolfman, Schöll,
FHN-Modell } PR2 116, 114101 (16)

$$\ddot{x}_k = (\varepsilon - x_k^2) \dot{x}_k - x_k + \frac{1}{R} \sum_{j=1}^R [a_-(x_{k-j} - x_k) + b_-(\dot{x}_{k-j} - \dot{x}_k)] \\ + \frac{1}{R} \sum_{j=1}^R [a_+(x_{k+j} - x_k) + b_+(\dot{x}_{k+j} - \dot{x}_k)]$$

$$a_- = a_+ = a, \quad b_- = a\sigma_-, \quad b_+ = a\sigma_+$$

$$\sigma_{\pm} = K_5 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{|\zeta_1 + \zeta_2|}{|\zeta|} \right) \pm K_a \left(\frac{|\zeta_1|}{|\zeta|} - \frac{|\zeta_2|}{|\zeta|} \right)$$

Kuramoto - Ordnungsparr. $\zeta_1(t) = \frac{1}{N/2} \sum_{k=1}^{N/2} e^{i\phi_k(t)}$ rechte Hälfte

$\zeta_2(t) = \frac{1}{N/2} \sum_{k=1}^{N/2} e^{i\phi_{N-k+1}(t)}$ linke Hälfte

Stabilisiert Lebensdauer + Position
(symm. Anteil) K_5 (asymm. Anteil) K_a
des Rings

Übersichtsartikel :

Panaggio u. Abrams, *Nonlinearity* 28, R67 (2015)

Schöll, *EPJ-ST* 225, 891 (2016)