

Theoretische Physik III (B.Sc.) : Elektrodynamik

VL: Mi 12¹⁵ - 13⁴⁵
Fr 8³⁰ - 10⁰⁰

WS 2019/20
Kathy Lüdge

Übung: Anmeldung bis Heute 18⁰⁰ <https://moseskonto.tu-berlin.de>

Zettelungabe: Freitag in der VL

Abgabe: Mittwoch in dem Briefkasten (1.5 Wochen später)
bis 12:00

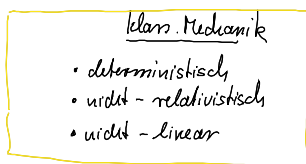
Inhalt: Theorie el.-mag. Vorgänge incl. Optik

- Eodyn. im Vakuum (Maxwell Gl.)
- Eodyn. in Materie (Dispersion)
- Relativistische Formulierung (reinheitl. Formalismus)

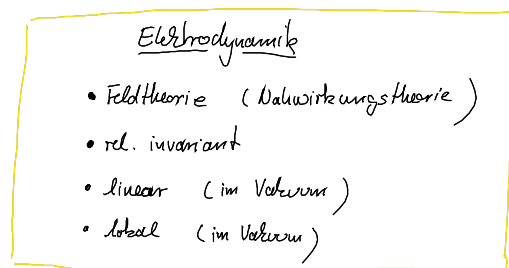
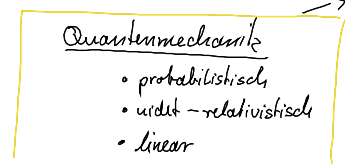
Handwerkzeug:

- ① Vektoranalysis
- ② Differentialrechnung (Gradient, Divergenz, Rotation)
- ③ Integralrechnung
Satz von Stokes / Gauß

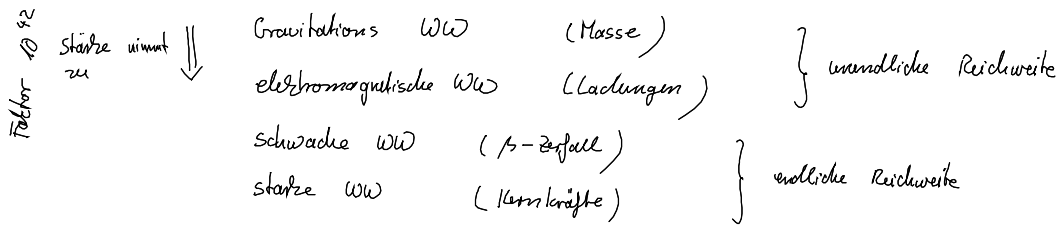
spez. Relativitätstheorie



Quantenfeldtheorie



- 4 fundamentale Wechselwirkungen



Historisch

- zunächst stückweise entwickelt um 1830

Franklin
Coulomb
Ampère
Faraday

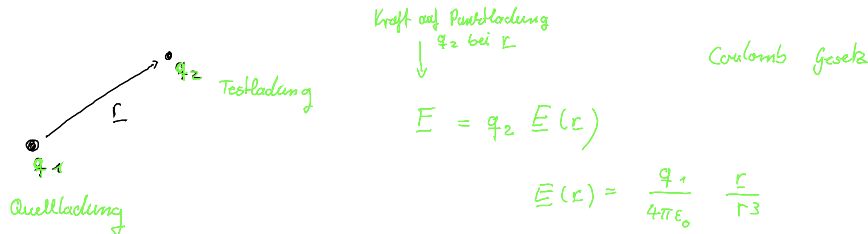
- Vereinfachung der Theorie 1873 (Maxwell)
- Nachweis der elektromagn. Felder 1888 (H. Hertz)

Erweiterungen

- Quantenelektrodynamik
- elektro-schwache WW (1970)
- Grand Unified Theory (GUT) ?

1. Elektrostatik

1.1. Coulomb Gesetz (1785-91)



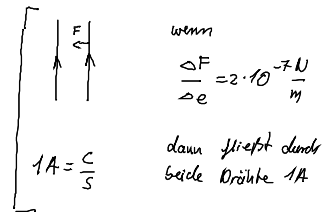
(i) Einheitensystem: SI (Système International d'Unités)

MKSA (m - kg - s - A)

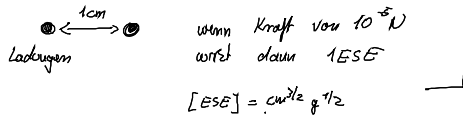
→ Ladungseinheit $1C = As$
↑
Coulomb

→ Dielektrizitätskonstante $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2 s^2}{kg m^3}$

stromdurchflössene Drähte



früherer Gauss-System $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 1$



- (ii) Coulombs Gesetz gilt bis zu Abständen von $r > 10^{-13} \text{ m}$
 danach QM-Korrekturen
- (iii) Ladung tritt quantisiert auf $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- (iv) Ausdehnung geladener Elementarteilchen $< 10^{-15} \text{ m}$

1.2. Elektrostatisches Feld und Potenzial

EL. stat. Potenzial $-\nabla \phi(\underline{r}) = \underline{E}(\underline{r})$

es gilt: $\nabla \frac{1}{r} = -\frac{\underline{r}}{r^3} \rightarrow \phi(\underline{r}) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$

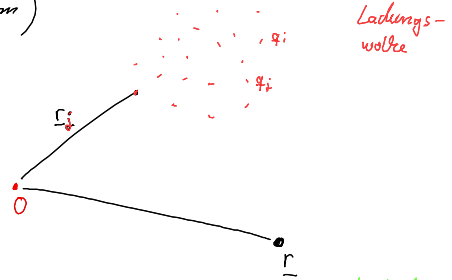
$$\left[\begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \end{array} \right]$$

Elektr. Potenzial einer Punktladung im Ursprung

[Einheit $[\phi] = \frac{\text{Nm}}{\text{C}} = \text{V}$ $1 \text{ Volt} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{C s}^2}$]

Superpositionsprinzip für Kräfte (4. Newton'sches Axiom)

$$\Rightarrow \underline{E}(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N q_j \frac{\underline{r} - \underline{r}_j}{|\underline{r} - \underline{r}_j|^3}$$



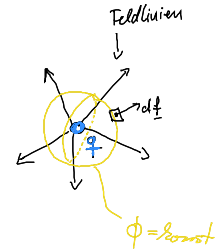
kontinuierliche Ladungsverteilung $dq = \rho(\underline{r}') d^3r'$
Ladungsdichte

Feld durch Ladungswolke erzeugt

$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' \rho(\underline{r}') \frac{(\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

Elektrostatisches Potenzial $\phi(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' \frac{\rho(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$

Quellen des elektrischen Feldes?



Elektrischer Kraftfluss durch geschlossene Oberfläche S?

$$\begin{aligned} \oint_{S=\partial V} \underline{d\vec{A}} \cdot \underline{E}(\underline{r}) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint \frac{\underline{d\vec{A}} \cdot \underline{r}}{r^3} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint d\varphi d\vartheta \sin\vartheta \\ &\quad \underbrace{\oint d\Omega = 4\pi} \\ &= \underline{\underline{\frac{q}{\epsilon_0}}} \end{aligned}$$

Flächenelement: Kugelkoordinaten

$$\begin{aligned} d\vec{A} &= \underline{e}_\varphi \times \underline{e}_\vartheta \, d\varphi d\vartheta \, r^2 \sin\vartheta \\ &= \underline{e}_r \cdot r^2 \sin\vartheta \, d\varphi d\vartheta \end{aligned}$$

$$\rightarrow \epsilon_0 \oint_{\partial V} \underline{d\vec{A}} \cdot \underline{E}(\underline{r}) = q$$

für kont. Ladungsverteilung

$$\epsilon_0 \oint_{\partial V} \underline{d\vec{A}} \cdot \underline{E}(\underline{r}) = \int_V d^3r' \rho(\underline{r}')$$

Satz von Gauß

$$\oint_{\partial V} \underline{d\vec{A}} \cdot \underline{E}(\underline{r}) = \int_V d^3r' \operatorname{div} \underline{E}(\underline{r})$$

mit Satz von Gauß

$$\Rightarrow \int_V d^3r' \epsilon_0 \operatorname{div} \underline{E}(\underline{r}') = \int_V d^3r' \rho(\underline{r}')$$

V einfach zusammenhängend

$$\boxed{\epsilon_0 \operatorname{div} \underline{E}(\underline{r}) = \rho(\underline{r})}$$

differentielle Form des Coulombs Gesetzes:
Gauß'sches Gesetz

≙ Die elektrischen Ladungen sind Quellen des el. Feldes

Wirbel des elektrischen Feldes?

E-Feld ist wirbelfrei (im statischen Fall)

[mit Satz von Stokes]
(i) \rightarrow (iv)

$$\oint_{\partial F} \underline{E} \cdot d\underline{s} = \int_F \text{rot } \underline{E} \cdot d\underline{f}$$

$$(i) \quad \underline{E}(\underline{r}) = -\nabla\phi(\underline{r})$$

$$\updownarrow$$
$$(ii) \quad \text{rot } \underline{E}(\underline{r}) = 0$$

$$\updownarrow$$
$$(iii) \quad \int_1^2 \underline{E} \cdot d\underline{s} \quad \text{wegunabhängig}$$



$$\updownarrow$$
$$(iv) \quad \oint \underline{E} \cdot d\underline{s} = 0$$



• Feldgleichungen der Elektrostatik

(lokal und in diff. Form)

$$\begin{array}{l} \text{rot } \underline{E} = 0 \\ \epsilon_0 \text{div } \underline{E} = \rho \end{array}$$

wirbelfrei

Quellen sind die Ladungen

$$\Downarrow \quad \underline{E} = -\nabla\phi$$

$$\Delta\phi = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho(\underline{r})$$

Poisson-Gleichung

Grundaufgabe der Elektrostatik:

Lösung der Poissongleichung für
gegebene Ladungsverteilungen.