

English Summary:

Materials eqs. (linear, scalar, local, instantaneous):

$$\underline{P} = \epsilon_0 \chi_e \underline{E} \Rightarrow \underline{D} = \epsilon_0 \epsilon \underline{E}, \quad \epsilon = 1 + \chi_e > 1$$

$$\underline{M} = \chi_M \underline{H} \Rightarrow \underline{B} = \mu_0 \mu \underline{H}, \quad \mu = 1 + \chi_M \begin{matrix} > 1 & \text{paramagnetic} \\ < 1 & \text{diamagnetic} \end{matrix}$$

Boundary conditions:  
at interfaces

$$\underline{n} \times (\underline{E}^{(1)} - \underline{E}^{(2)}) = 0$$

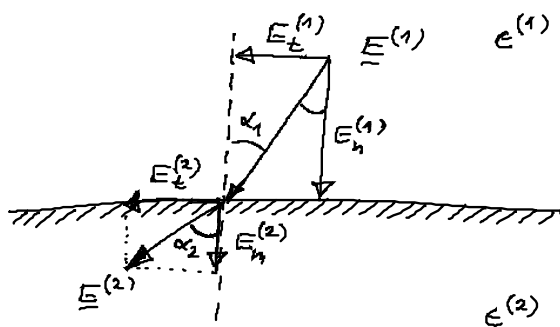
$$\underline{n} \cdot (\underline{D}^{(1)} - \underline{D}^{(2)}) = \sigma \quad \text{surface charge density}$$

$$\underline{n} \cdot (\underline{B}^{(1)} - \underline{B}^{(2)}) = 0$$

$$\underline{n} \times (\underline{H}^{(1)} - \underline{H}^{(2)}) = \underline{j} \quad \text{surface current density}$$

Beispiel:

- (1) Grenzfläche zwischen 2 dielektr. Materialien  
mit  $\epsilon^{(1)} < \epsilon^{(2)}$  und  $\sigma = 0$  :  $\frac{\epsilon^{(1)}}{\epsilon^{(2)}} < 1$



$$\underline{E}^{(i)} = \underline{E}_t^{(i)} + \underline{E}_n^{(i)}$$

$$\text{mit } \underline{E}_t^{(1)} = \underline{E}_t^{(2)}$$

$$\underline{D}_n^{(1)} = \underline{D}_n^{(2)}$$

$$\Rightarrow \epsilon^{(1)} \underline{E}_n^{(1)} = \epsilon^{(2)} \underline{E}_n^{(2)}$$

$$\Rightarrow \underline{E}_n^{(2)} = \frac{\epsilon^{(1)}}{\epsilon^{(2)}} \underline{E}_n^{(1)}$$

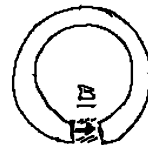
$$\tan \alpha_1 = \frac{|\underline{E}_t^{(1)}|}{|\underline{E}_n^{(1)}|} = \frac{\epsilon^{(1)} |\underline{E}_t^{(2)}|}{\epsilon^{(2)} |\underline{E}_n^{(2)}|} = \frac{\epsilon^{(1)}}{\epsilon^{(2)}} \tan \alpha_2$$

(Brechungsgesetz der Feldlinien)

- (2) Grenzfläche zwischen Vakuum (Luft) und magn. Material

- (2.1) Speziell  $\underline{B} \perp$  Grenzfläche (z.B. zwischen den Polschleifen eines Ringmagneten)

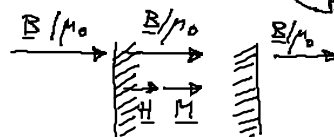
$\Rightarrow \underline{B}$  stetig



- (a) Paramagnetisch

$$\frac{1}{\mu_0} \underline{B} = \underline{H} + \underline{M}$$

$$\underline{H} \uparrow \uparrow \underline{M}$$

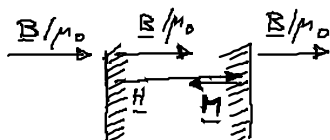


Vakuum Materie Vakuum

(b) Diamagnetisch

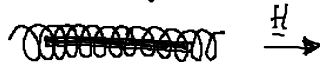
$$\frac{1}{\mu_0} \underline{B} = \underline{H} + \underline{M}$$

$$\underline{H} \uparrow \downarrow \underline{M}$$

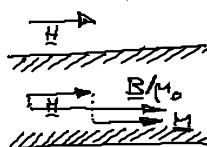


(2.2) Sei  $\underline{B} \parallel$  Grenzfläche (z.B. lange Spule)

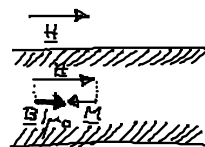
$\Rightarrow \underline{H}$  stetig ( $\nabla \cdot \underline{H} = 0$ )



(a) paramagnetisch



(b) diamagnetisch



## 5.5 Mikroskop. klass. Modell der Polarisierbarkeit

Ziel: berechne  $\chi_e$

Methode: berechne induzierte mittl. el. Dipoldichte  $\underline{P}$   
für geg. Feld  $\underline{E}$  (induzierte Polarisation)

klass. Atommodell: homog. geladene Kugel mit Radius  $R$   
u. Elektronenladung  $Q_e = -Ze < 0$   
plm. förmiger Kern mit  $Q_K = Ze > 0$   
bei  $\underline{r}_K$

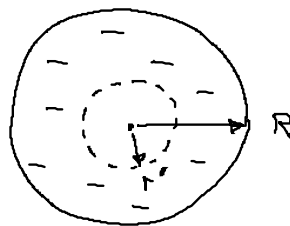
El. Feld der El.  $\underline{E}_e(\underline{r})$ :

Gauß:

$$\epsilon_0 \oint_{\partial V} \underline{E}_e(\underline{r}) \cdot d\underline{s} = \int_V(\underline{r}') \rho_e(\underline{r}') dV$$

$$= \int_V(\underline{r}') \frac{Q_e}{\frac{4\pi R^3}{3}} dV$$

$$4\pi r'^2 \epsilon_0 |\underline{E}_e(\underline{r}')| = Q_e \frac{r'^3}{R^3}$$



$\underline{r}_e$  Zentrum der El. Ladung

$$\underline{r}' = \underline{r} - \underline{r}_e$$

$$\underline{E}_e(\underline{r}) = \frac{Q_e}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{\underline{r} - \underline{r}_e}{R^3}$$

Kraft auf den Kern:

$$\begin{aligned}\underline{F}_K &= Q_K \underline{E}_e(\underline{r}_K) = \frac{Q_K Q_e}{4\pi\epsilon_0 R^3} (\underline{r}_K - \underline{r}_e) \\ &= -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} (\underline{r}_K - \underline{r}_e)\end{aligned}$$

Kraft des Kerns auf Elektronen:

$$\underline{F}_e = -\underline{F}_K$$

Bew. gl. (mit äußerem el. Feld  $\underline{E}_a$ ):

$$m_K \ddot{\underline{r}}_K = \underline{F}_K + Q_K \underline{E}_a = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} (\underline{r}_K - \underline{r}_e) + Ze \underline{E}_a$$

$$Zm_e \ddot{\underline{r}}_e = \underline{F}_e + Q_e \underline{E}_a = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} (\underline{r}_K - \underline{r}_e) - Ze \underline{E}_a$$

$$\Rightarrow \underbrace{\ddot{\underline{r}}_K - \ddot{\underline{r}}_e}_{\ddot{\underline{r}} \text{ (Rel. koord.)}} = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \underbrace{\left(\frac{1}{m_K} + \frac{1}{Zm_e}\right)}_{\approx \frac{1}{Zm_e}} (\underline{r}_K - \underline{r}_e) + Ze \underbrace{\left(\frac{1}{m_K} + \frac{1}{Zm_e}\right)}_{\approx \frac{1}{Zm_e}} \underline{E}_a$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{\underline{r}} + \omega_0^2 \underline{r} = \frac{e}{m_e} \underline{E}_a} \quad \text{mit } \omega_0^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R^3}$$

harmon. Osz. mit stat. Zustand  $\underline{r} = \frac{e}{m_e \omega_0^2} \underline{E}_a$

$\Rightarrow$  stat. mikr. el. Dipolmoment:

$$\underline{p} = \underbrace{\int d^3r' \rho_e(\underline{r}') \underline{r}'}_{-\epsilon_0 \int d^3r' \underline{r}'} + Ze \underbrace{\int d^3r' \delta(\underline{r}' - \underline{r}) \underline{r}'}_{\underline{r}}$$

0 (Symm.)

$$\underline{p} = Ze \underline{r} = \frac{Ze^2}{m_e \omega_0^2} \underline{E}_a = \epsilon_0 \alpha \underline{E}_a$$

mit Polarisierbarkeit des Atoms

$$\alpha := \frac{Ze^2}{\epsilon_0 m_e \omega_0^2} = 4\pi R^3 = 3 V_{\text{atom}}$$

QM : induz. Dipol : zeitunabh. Stör. rechn. 2. Ordng.  
 $\Rightarrow$  quadrat. Stark effekt  
 perman. Dipol : zeitunabh. Stör. rechn. 1. Ordng.  
 $\Rightarrow$  lin. Stark effekt  $\alpha_{13} = -3\epsilon_0 a_0$

makroskop. gemittelte Dipoldichte :

$$\underline{P} = n \underline{p} = \epsilon_0 n \alpha \underline{E}_a \quad (n \text{ mittlere Atomdichte})$$

Polarisation
 $\uparrow$   
mikr.

Selbstkonsistente Berechnung des Lokalfeldes  $\underline{E}_a$

Ziel : makroskop. Feld  $\underline{E} \leftrightarrow$  Lokalfeld  $\underline{E}_a$   
 berücksichtige Felder, die durch die anderen el. Dipole  
 erzeugt werden!

Gedankenexp. :

