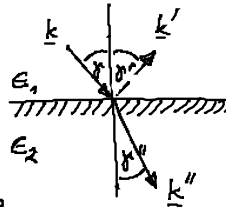


English Summary:

Refraction and reflection

$\sin \gamma = \sin \gamma'$ law of reflection

$\frac{\sin \gamma''}{\sin \gamma} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{n_1}{n_2}$ law of refraction



amplitudes (Fresnel formulae): $R = \left| \frac{E'_{02}}{E_{02}} \right|^2$ reflection coefficient

$T = \left| \frac{E''_{02}}{E_{02}} \right|^2$ transmission coefficient

(a) polarization of $\underline{E} \perp$ plane of incidence: $R_{\perp} = 1 - T_{\perp} = \frac{\sin^2(\gamma'' - \gamma)}{\sin^2(\gamma'' + \gamma)}$

(b) " // plane of incidence: $R_{\parallel} = 1 - T_{\parallel} = \frac{\tan^2(\gamma'' - \gamma)}{\tan^2(\gamma'' + \gamma)}$

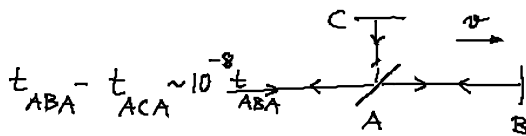
6. Relativistische Formulierung der Elektrodynamik

6.1 Lorentz-Transformation in der Speziellen Relativitätstheorie

Michelson-Morley-Experiment (1887):

Prüfung der Äther-Hypothese

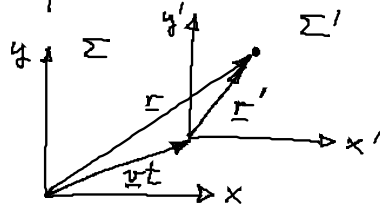
(Erde bewegt sich mit Geschw. v relativ zu einem "Medium", in dem sich das Licht mit c relativ zum Medium ausbreitet)



nicht beobachtet!

Erng. Licht breitet sich in jedem Inertialsystem mit der gleichen Geschwindigkeit aus.

Galilei-Transformation zweier Inertialsysteme:



Lichtblitz breitet sich vom Ursprung von Σ mit der Geschw. c aus: $r = ct$

in Σ' : $r'(t) = r' + vt$

$$c^2 t^2 = r^2 = (r' + vt)^2 = r'^2 + 2r' \cdot vt + v^2 t^2$$

$$r'^2 = (c^2 - v^2)t^2 - 2r' \cdot vt + c^2 t^2 \quad \text{für } r \neq 0$$

↪ zum Michelson-Morley-Exp.!

⇒ Konzept der absoluten Zeit aufgeben → spez. Rel.theorie

NB: Aufgabe des Konzeptes des absol. Raumes → allg. Rel.theorie

Postulat der speziellen Relativitätstheorie:

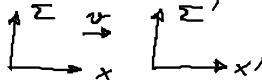
(Einstein 1905) „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“

Kein Inertialsystem ist gegenüber einem anderen ausgezeichnet (Relativitätsprinzip)

Konsequenz: Galilei-Transfo verwerfen!

- klass. Mechanik ist abzuschaffen, da sie Galilei-invariant ist
- El. dynamik hat schon die gewünschte Invarianz (Lorentz-invariant)

Aufgabe: Suche eine Transfo $\Sigma \rightarrow \Sigma'$, die folgende Forderungen erfüllt:

(i) lineare Transfo $(x, t) \rightarrow (x', t')$ 

(ii) Jeder Pkt. $x'(t') = \text{const}$ (ruhend in Σ') bewegt sich mit v in Σ
 Jeder Pkt. $x(t) = \text{const}$ (ruhend in Σ) bewegt sich mit $-v$ in Σ'

(iii) Die Lichtgeschw. c ist in beiden Systemen gleich

(iv) Keines der beiden Systeme sei vor dem anderen ausgezeichnet.

$$r \rightarrow r' = f(r, t; v)$$

$$t \rightarrow t' = g(r, t; v)$$

Umkehrtransfo:

$$r' \rightarrow r = f(r', t'; -v)$$

$$t' \rightarrow t = g(r', t'; -v)$$

oBdA: v in x -Richtung

$$\bullet (x=0, t=0) \rightarrow (x'=0, t'=0)$$

$$\bullet y=y', z=z'$$

$\bullet O'$ bewegt sich nach $x=vt$

Annahme: $x \rightarrow x' = \gamma(x - vt)$ (1) wegen (ii), (i)

$x' \rightarrow x = \gamma(x' + vt')$ (2) wegen (iv)

Invarianz der Lichtgeschw. (iii):

$$x = ct \rightarrow x' = ct'$$

in (1): $ct \rightarrow ct' = \gamma(c - v)t$

in (2): $ct = \gamma(c + v)t'$

$$\Rightarrow c^2 t t' = \gamma^2 t t' (c^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow \gamma = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta := \frac{v}{c}$$

Für $v=0$: $\gamma \stackrel{!}{=} 1$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}}$$

Also $x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, $x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

elim. x

$$\Rightarrow x' \sqrt{1 - \beta^2} = x - vt = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} - vt$$

$$vt = \sqrt{1 - \beta^2} \left(-x' + \frac{x' + vt'}{1 - \beta^2} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{1-\beta^2} \left(\frac{\cancel{x} + x\beta^2 + \cancel{x} + vt'}{1-\beta^2} \right) \\
&= \frac{x\beta^2 + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \\
t &= \frac{t' + x' \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}
\end{aligned}$$

analog $t' = \frac{t - x \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Erg. : Lorentz-Transform

$$\boxed{
\begin{aligned}
x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= \frac{t - x \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}
\end{aligned}
} \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Zeit wird mittransformiert! Keine absolute Zeit!

Forderung $1 - \frac{v^2}{c^2} \geq 0$, sonst imaginäre
d.h. unphysikalische Werte

$$\Rightarrow \boxed{|v| < c}$$

Entwicklung für $|v| \ll c$:

$$\beta \ll 1 \Rightarrow \gamma \rightarrow 1 \Rightarrow \boxed{
\begin{aligned}
x' - vt \\
t' = t
\end{aligned}
} \quad \text{Galilei-Transform}$$

nichtrelativist. Mechanik gültig

Eigenschaften der Lorentz-Transform

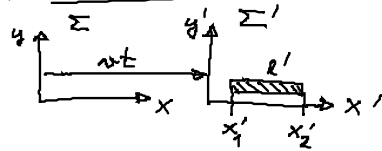
a) Lorentz-Invarianten

$$\begin{aligned}
x'^2 - c^2 t'^2 &= x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 \\
&= \gamma^2 (x^2 - 2xvt + v^2 t^2) + y^2 + z^2 \\
&\quad - \gamma^2 c^2 \left(t^2 - \frac{2xvt}{c^2} + \frac{x^2 v^2}{c^4} \right) \\
&= \frac{x^2 + v^2 t^2}{1-\beta^2} - \frac{c^2 t^2 + x^2 \beta^2}{1-\beta^2} + y^2 + z^2 \\
&= \frac{(x^2 - c^2 t^2) \cancel{(1-\beta^2)}}{\cancel{1-\beta^2}} + y^2 + z^2
\end{aligned}$$

$$= r^2 - c^2 t^2$$

d.h. Kugelwellen mit Ausbreitungsgeschw. c
(Lichtblitz in $\mathcal{O} = \mathcal{O}'$) sind invariant.

b) Lorentz-Kontraktion



Länge in Σ' : $l' = x'_2 - x'_1$ (Ruhelänge)

Länge in Σ : $l = x_2 - x_1$

$$= \frac{1}{\gamma} (x'_2 - x'_1) = \frac{1}{\gamma} l'$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} l'$$

$$< l'$$

z.B. $v/c = 0.75 \Rightarrow \gamma \approx 1.5$

$$\frac{1}{\gamma} \approx \frac{2}{3}$$

Spektrum der Wiss., Juli 2005:

Hanns Ruder (Tübingen): Einsteins Holodeck

→ Visualisierung, s.a. homepage