

2.3. Spezielle longitudinale Anregungen:
Nanooptische Felder

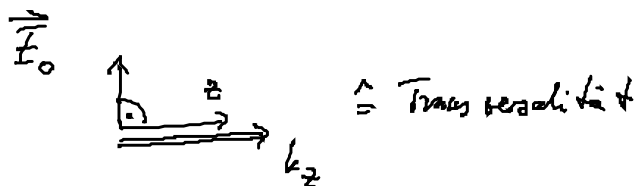
Maxwellgleichung: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ im freien Raum bzw.
 räumlich homog. Medium

↳ (i) Transversalität ebener Wellen:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{ik_z z} (e^{-i\omega t}), \quad \vec{E}_0 = \text{konstant}$$

, Mode "

$$\rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \Leftrightarrow ik_z \vec{e}_z \cdot \vec{E}_0 = 0$$



(ii) wenn $\vec{E}_0 \neq \text{konstant}$, sondern $\vec{E}_0(\vec{r}_0) \hat{=} \begin{matrix} \text{räumlicher Fokus,} \\ \text{geometrische} \\ \text{Eindringtg.} \end{matrix}$
 (x, y)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 = ik_z E_0^z(\vec{r}_0) + \partial_x E_0^x(\vec{r}_0) + \partial_y E_0^y(\vec{r}_0)$$

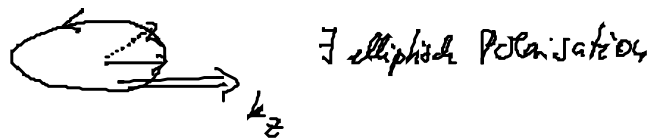
$$E_z(\vec{r}_{||}) = \frac{i}{k_z} \left(\partial_x E_0^x(\vec{r}_{||}) + \partial_y E_0^y(\vec{r}_{||}) \right)$$



a) \exists longitudinale Komponente $E_0^z \vec{e}_z \parallel k_z \vec{e}_z = \vec{k}$,

wichtig, wenn: $k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \approx \frac{1}{\text{typische transversale Skala (Fokus)}}$

b) Phase verschiebg. um $\frac{\pi}{2}$ zwischen \vec{F}^z und \vec{E}^t



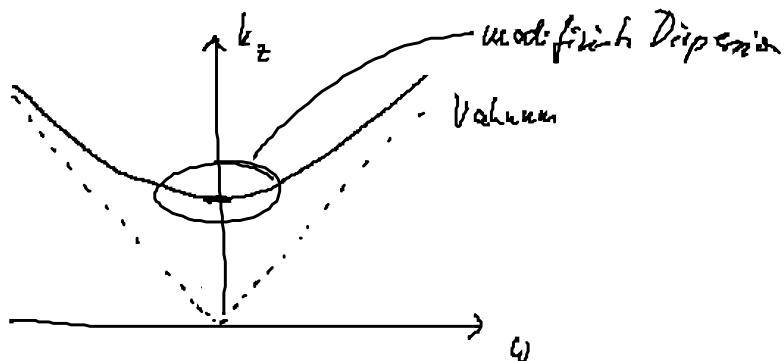
Wenn Tokus d. Felds $\approx \lambda$, so haben longitudinale Felder auf, passiert implizit Beend auf Nanometerskala "Nanoptik". Zusammenhang Rayleigh Kriterium

Beispiel Wellleiter

Moden: $\vec{u}_e(\vec{r}) \rightarrow \vec{u}_{k_z, l, m}(\vec{r}_{||}, z)$

$$= N_{km} \begin{Bmatrix} ik_x k_z (k_x^2 + k_y^2)^{-1} \cdot \cos(k_x x) \sin(k_y y) \\ ik_y k_z (k_x^2 + k_y^2)^{-1} \cdot \sin(k_x x) \cos(k_y y) \\ 1 \cdot \sin(k_x x) \sin(k_y y) \end{Bmatrix} \frac{e^{ik_z z}}{\sqrt{L}}$$

Quantisierung: $k_x = \frac{u\pi}{a}$, $k_y = \frac{v\pi}{a}$, $k_z = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2} \neq \frac{\omega}{c}$



Fraunfelder:

a) transversale Welle:

Fraunfeld $k_z \gg k_x, k_y \quad \frac{1}{\lambda} \gg \frac{u}{a}, \frac{v}{b}$

f: $a, b \gg \lambda \quad \hat{=} \text{paraxiale Optik}$
geometrischer Einfallspfad $\ll \lambda$

$k_x \approx k_y \ll k_z$ folgt aus WL-Lösung:

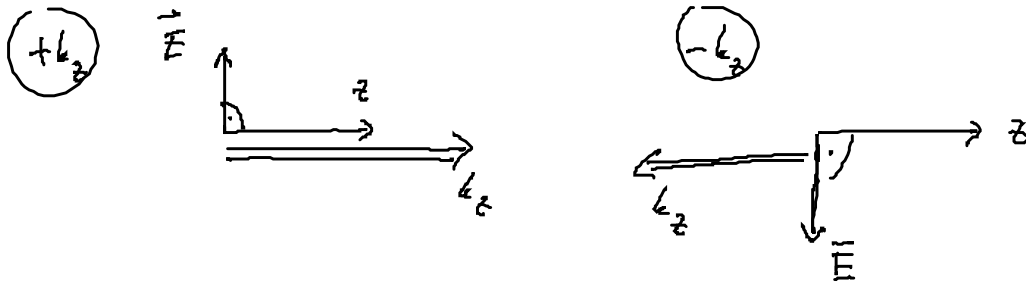
$$\vec{E}_{\text{reell}} = \text{Re}(\vec{E}_{\text{komplex}})$$

$$= \text{Re} \left(E_0 e^{-i\omega t + ik_z z} \frac{i}{z} \frac{k_z}{k_x} \cos(k_x x) \sin(k_x y) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

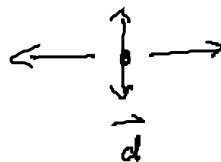
$$\approx \frac{k_z}{k_x} \sin(k_z z - \omega t) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\hat{=}$ linear polarisierte, transversale Welle

für $\pm k_z$ existiert jeweils ein sich nach \pm ausbreitende
linear polarisierte Welle



Test durch Empfänger:
(Dipol)



Empfänger erzeugt laufende
Welle in beide Richtg.

b) longitudinale Welle

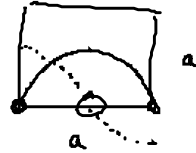
Fourfall $k_z \approx k_x \approx k_y$, $\frac{1}{\lambda} \approx \frac{u}{a} \approx \frac{4}{b}$

f. $a, b \approx \lambda$ $\hat{=}$ starker geometrischer Einschluss
Faktor ≈ 1

\rightarrow Feld wird starke longitudinale Komponente erhalten

Bsp: $k_x = \frac{a}{2}$, $a = b$, $u = v = 1$

$$\vec{F}_{\text{real}} = \text{Re}(\vec{E}_{\text{complex}})$$

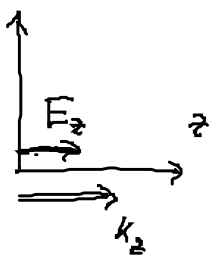


$$= \text{Re} \left(E_0 e^{-i\omega t + ik_2 z} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \vec{e}_z \right)$$

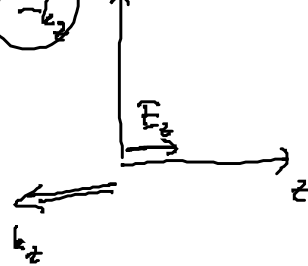
$$\approx \cos(k_2 z - \omega t) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x = y = \frac{a}{2}$$

$\hat{=}$ linear polarisiert, rein longitudinal Well

$+k_z$

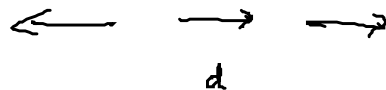


$-k_z$



beide Ausbreitungsrichtungen f. longitudinal Well sind erlaubt

$-k_z$



$+k_z$

c) chirale Wellen

„chiral“ hat verschiedene Bedeutg, hier:

chiral Strukturen: Strukturen die sich wie Bild und Spiegelbild verhalten, aber nicht zu deckungsgleichheit gebracht werden können. Bsp. Hände

Test von Chiralität typischer Weise durch ein andere chirales Objekt

Konstruktion eines chiralen Punktes: $k_z \approx k_x \approx k_y$

Wähle: $\cos(k_x x_0) = 2 \sin(k_x x_0)$, $\cos(k_y y_0) = 0$

f. Punkt (x_0, y_0) (z -variabel)

$$\vec{E}_{\text{real}} = \text{Re}(\vec{E}_{\text{komplex}})$$

$$= \text{Re}(\vec{E}_0 e^{-i\omega t + ik_z z} \left\{ \begin{array}{l} i \sin(k_z) \sin(k_x x_0) \sin(k_y y_0) \\ 0 \\ \sin(k_x x_0) \sin(k_y y_0) \end{array} \right\})$$

$$= \text{Re}(\vec{E}_0 e^{-i\omega t + ik_z z} \underbrace{(i \sin(k_z) \vec{e}_x + \vec{e}_z)}_{\text{Zirkular Polarisation!}} \sin(k_x x_0) \sin(k_y y_0))$$

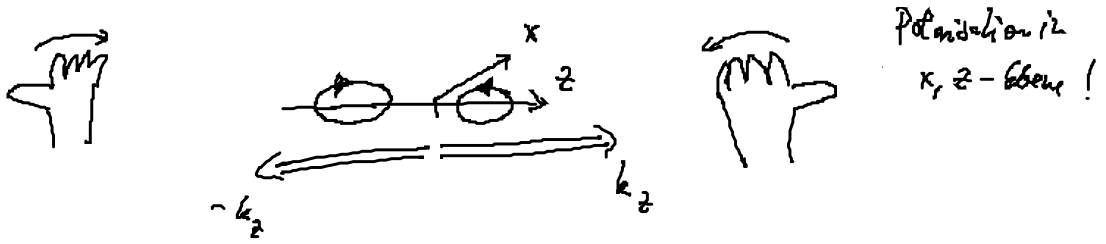
Zirkular Polarisation!

\vec{e}^+ und \vec{e}^- für $\pm k_z$

$$= \vec{E}_0 \left\{ \begin{array}{l} -\sin(k_z) \sin(\omega t - k_z z) \\ 0 \\ \cos(\omega t - k_z z) \end{array} \right\} \sin(k_x x_0) \sin(k_y y_0)$$

$\hat{=}$ zirkular polarisierte Wellen, linear unabhängig (\vec{e}^+, \vec{e}^-)

die jeweils zu einer Ausbreitungsrichtung gehören sind



Polarisation in
 x, z -Ebene!

Feld über Emittor:

