English summary

- Limiting cases for laser equations

$$\dot{E} = \frac{1}{2} E(D-1)$$
$$\dot{D} = \gamma (P - D(1+E^2))$$

$\nearrow$ γ large $\quad \dot{E} = \frac{1}{2} E\left(\frac{P}{1+E^2} - 1\right)$

$$\gamma = \frac{\tau_{ph}}{T_1}$$

$\boxed{\text{Class A laser}}$

$\searrow$ γ small

- turn-on oscillations

$\boxed{\text{Class B laser}}$

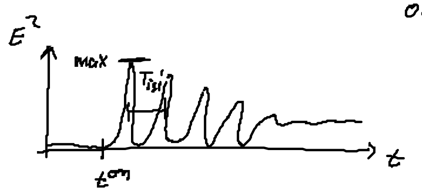
$\gamma = 0$: conservative problem

$$\left[I = E^2 = (P-1)(1+y)\right] \longrightarrow \left.\begin{aligned} \dot{y} &= (1+y)x \\ \dot{x} &= -y \end{aligned}\right\} \quad \ddot{x} = x\dot{x} - x$$

$$\left[s = \omega_{RO} \cdot t \qquad \dot{x} \mathrel{\hat{=}} \frac{d}{ds} x\right]$$

$$\left[D = 1 + \omega_{RO} x\right]$$

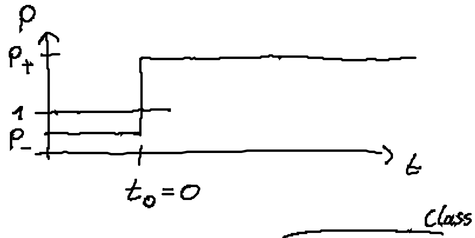
nonlinear oscillator



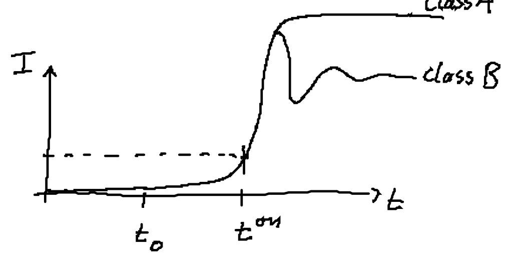
$$\gamma_m = \frac{T_{isi}^2}{8}$$

5.4. Anschaltverzögerung (Turn-on delay t^{on})

Frage: Wie groß ist t^{on}?



γ kann erstmal groß oder klein sein



<u>Ansatz:</u> Suchen Punkt an dem I von "klein" auf "groß" wechselt.

$$(I) \quad \dot{I} = I(D-1)$$

$$(II) \quad \dot{D} = \gamma(P_+ - D) \cancel{-\gamma D I}$$

während der Zeit bis t^{on} zu vernachlässigen gegenüber γD

Lösung: Anfangsbedingungen $I(0) = I_0 \ll 1$

$D(0) = P_-$

$$(II): \quad D = (P_- - P_+) e^{-\gamma t} + P_+$$

Einsetzen in (I):

$$\dot{I} = I\left((P_- - P_+)e^{-\gamma t} + P_+ - 1\right)$$

Ansatz: $I = I_0 e^{\frac{1}{\gamma} F(\gamma t)}$

$$F(\gamma t) = (P_+ - 1)\gamma t - (P_- - P_+)\left[e^{-\gamma t} - 1\right]$$

<u>Lösung</u>

$$\boxed{I = I_0 e^{\frac{1}{\gamma}\left[(P_+ - 1)\gamma t - (P_- - P_+)\left[e^{-\gamma t} - 1\right]\right]}}$$

exakte Lösung für I klein

Vorzeichenwechsel von $F(\gamma t)$ liefert Wechsel in der Größenordnung von I

$F < 0 \longrightarrow I$ von $\mathcal{O}(e^{-\frac{1}{\gamma}})$

$F > 0 \longrightarrow I$ von $\mathcal{O}(e^{1/\gamma})$

$\rightarrow t^{on}$ definiert durch $F(\gamma t) = 0$

(experimentell wird Schwelle von I definiert)

- $F(\gamma t)$ ist transcendent

möglische Näherung: $\boxed{\gamma t^{on} \text{ groß}}$

mit Dimensionen $\frac{\tau_{ph}}{T_1} \frac{t_{on}^{dim}}{\tau_{ph}} \gg 1$

$$F(\gamma t) \approx (P_+ - 1)\, t_{on} + \frac{1}{\gamma}(P_- - P_+) = 0$$

$$\boxed{t_{on} \approx \frac{P_+ - P_-}{\gamma (P_+ - 1)}}$$

$t_{on}^{dim} \gg T_1$

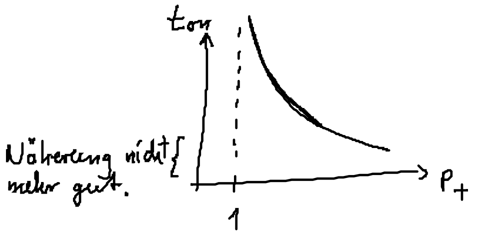
ns — ps im HL Laser

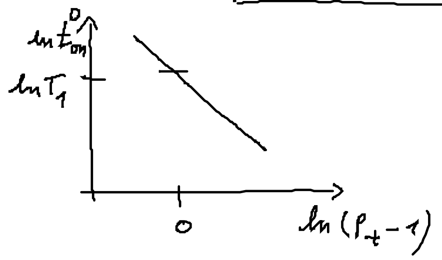
→ gute Näherung

falls $(P_+ - 1)$ klein aber $P_+ > 1$ (knapp über der Schwelle)

$P_- = 0$

$$t_{on} \approx \frac{1}{\gamma} \frac{1}{P_+ - 1} \quad \longrightarrow \quad \text{mit Dimension} \quad \boxed{t_{on}^D = T_1 \frac{1}{P_+ - 1}} \quad ⊛$$





→ Bestimmung der Elektronenlebensdauer möglich

Bem.: Für komplexere Lasergleichungen wird ein effektives T_1 gemessen.

Vorsicht: ⊛ ist eine Näherungslösung exakt wäre $F(\gamma t) = 0$

Bem.: Relaxationsoszillationen liefern auch Werte für τ_{ph}, T_1

$$\omega_{RO} = \sqrt{\gamma (P-1)} \quad \Rightarrow \quad \omega_{RO}^D = \frac{1}{\tau_{ph}} \omega_{RO} = \sqrt{\frac{1}{\tau_{ph} T_1} (P-1)}$$

$$\Gamma_{RO} = \gamma \frac{P}{2} \qquad \Gamma_{RO}^D = \frac{1}{\tau_{ph}} \Gamma_{RO} = \frac{P}{2 \cdot T_1}$$

5.5. Amplituden Phasen Kopplung

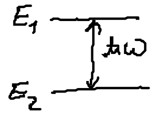
Halbleiterlaser

Gleichung für das elektrische Feld mit Dimensionen

Bisher 2-Niveau System: $\frac{d}{dt}\tilde{E} = \dot{\tilde{E}} = \frac{1}{2}\underbrace{G\tilde{D}}_{g+\frac{1}{\tau_{ph}}}\tilde{E} - \frac{\tilde{E}}{2\tau_{ph}}$

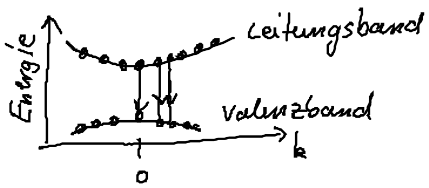
Gain G

Laserfrequenz ist fest:



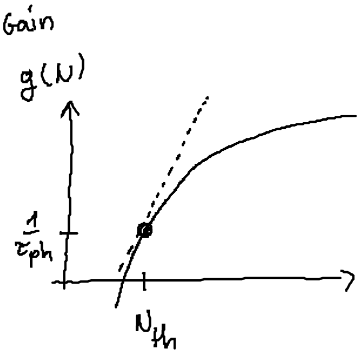
Im Halbleitermaterial

Jetzt



Laserfrequenz ω kann sich mit Ladungsträgerdichte n verschieben

- Verstärkung G ändert sich auch mit n



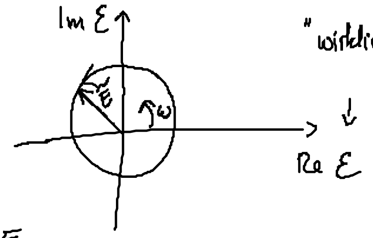
Linearisierung von $g(N)$ um die Schwelle, also um N_{th}

$$g(N) \approx \frac{1}{\tau_{ph}} + G_N(N - N_{th})$$

Linearisierte Feldgleichung für HL-Laser

rotating frame ändert sich mit N

$$\dot{\tilde{E}} = \frac{1}{2} G_N (N - N_{th})\tilde{E} - \frac{1}{2\tau_{ph}}\tilde{E} + \frac{1}{2\tau_{ph}}\tilde{E} \boxed{- i(\omega(N) - \omega_{th})\tilde{E}}$$



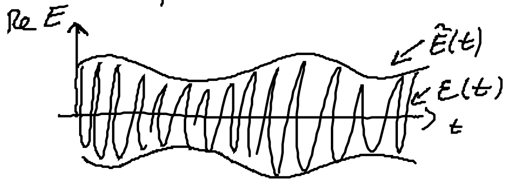
"wirkliches" Feld

Bem: Bisher wurde E immer im bewegten Bezugssystem (rotating frame) betrachtet

$$\mathcal{E}(t) = \tilde{E}(t)\, e^{i\omega t}$$

Amplitude

optische Frequenz $\hbar\omega = E_2 - E_1$



$$|\tilde{E}(t)|^2 = |\mathcal{E}(t)|^2 = I$$

- Wieder Linearisierung

rotating frame

$$\omega(N) = \omega_{th} + \omega_N (N - N_{th})$$

$$\alpha = -2\frac{\omega_N}{G_N} \quad \left(= \frac{\frac{\partial \chi_e'}{\partial N}}{\frac{\partial \chi_e''}{\partial N}}\Bigg|_{\omega_N} \right)$$

← Brechungsindex Änderung

← Gain Änderung

$$\Rightarrow \quad \dot{\tilde{E}} = \frac{G_N}{2}(1 + i\alpha)\, n\, \tilde{E} \qquad \tilde{n} = N - N_{th}$$

$$\dot{\tilde{n}} = \tilde{J} - J_{th} - \frac{\tilde{n}}{T_1} - \left(G_N \tilde{n} + \frac{1}{\tau_{ph}}\right)\tilde{E}^2$$

"im rotating frame ω_{th}"

„langsame Rotation"

$$\left[E = A(t)\, e^{i\phi(t)\cdot t} \right]$$

Dimensionslos:

Zeit $t = \frac{t^0}{\tau_{ph}}$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{E} &= (1 + i\alpha)\, n E \\ \dot{n} &= \gamma\left(J - n - (1 + 2n) E^2\right) \end{aligned}}$$

$E = \sqrt{\frac{T_1 G_N}{2}}\, \tilde{E}$; $n = \frac{\tau_{ph} G_N}{2}\tilde{n}$

$$\gamma = \frac{\tau_{ph}}{T_1}$$

$$J = \frac{\tau_{ph} T_1 G_N}{2}(\tilde{J} - J_{th})$$

- Gleichungen für Laser mit Amplituden-Phasen Kopplung α.

- Fixpunkte sind unverändert da Phase einfach frei rotiert.
  wird wichtig mit Injektion oder Feedback.