

English Summary

- Limiting cases for laser equations

$$\dot{E} = \frac{1}{2} E(D-1)$$

$$\dot{D} = \mu(P - D(1+E^2))$$

→ μ large

$$\mu = \frac{\tau_{ph}}{T_1}$$

$$\dot{E} = \frac{1}{2} E \left(\frac{P}{1+E^2} - 1 \right)$$

Class A laser

→ μ small

• turn-on oscillations

Class B laser

$\mu=0$: conservative problem

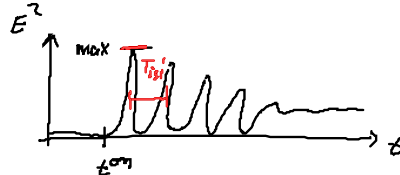
$$\dot{y} = (1+y)x$$

$$\dot{x} = -y$$

$$\ddot{x} = x\dot{x} - x$$

↑
nonlinear oscillator

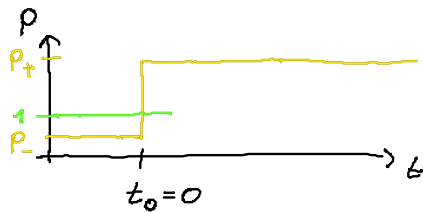
$$\left[\begin{array}{l} I = E^2 = (P-1)(1+y) \\ s = \omega_{20} \cdot t \quad \dot{x} \hat{=} \frac{d}{ds} x \\ D = 1 + \omega_{20} x \end{array} \right] \rightarrow$$



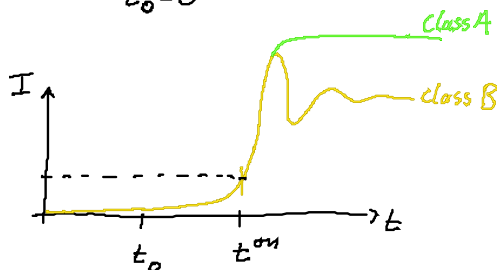
$$\gamma_m = \frac{T_{isi}^2}{s}$$

5.4. Anschaltverzögerung (Turn-on delay t^{on})

Frage: Wie groß ist t^{on} ?



μ kann erstmal groß oder klein sein



Ansatz: Suchen Punkt an dem I von "klein" auf "groß" wechselt.

$$(I) \quad \dot{I} = I(D - 1)$$

$$(II) \quad \dot{D} = \mu(P_+ - D) - \mu D I$$

↑ während der Zeit bis t^{on} zu vernachlässigen gegenüber μD

Lösung: Anfangsbedingungen

$$I(0) = I_0 \ll 1$$

$$D(0) = P_-$$

$$(II): \quad D = (P_- - P_+) e^{-\mu t} + P_+$$

Einsetzen in (I):

$$\dot{I} = I((P_- - P_+) e^{-\mu t} + P_+ - 1)$$

$$\text{Ansatz: } I = I_0 e^{\frac{1}{\mu} F(\mu t)}$$

$$F(\mu t) = (P_+ - 1) \mu t - (P_- - P_+) [e^{-\mu t} - 1]$$

Lösung

$$I = I_0 e^{\frac{1}{\mu} [(P_+ - 1) \mu t - (P_- - P_+) (e^{-\mu t} - 1)]}$$

exakte Lösung für I klein

Vorzeichenwechsel von $F(\mu t)$ liefert Wechsel in der Größenordnung von I

$$F < 0 \quad \rightarrow \quad I \text{ von } \mathcal{O}(e^{-\frac{1}{\mu}})$$

$$F > 0 \quad \rightarrow \quad I \text{ von } \mathcal{O}(e^{\frac{1}{\mu}})$$

$\rightarrow t^{on}$ definiert durch $F(\mu t) = 0$

(experimentell wird Schwelle von I definiert)

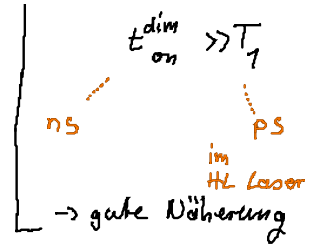
• $F(\mu t)$ ist transzendent

mögliche Näherung: μt^{on} groß

$$\left. \begin{array}{l} \text{mit Dimensionen} \\ \frac{\tau_{ph}}{T_1} \frac{t^{on}}{\tau_{ph}} \gg 1 \end{array} \right\}$$

$$F(yt) \approx (P_+ - 1)t_{on} + \frac{1}{y}(P_- - P_+) = 0$$

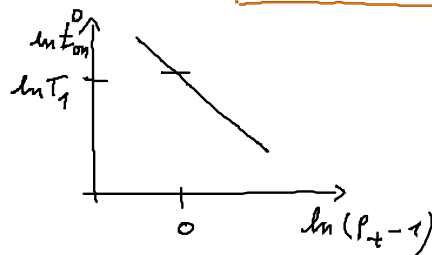
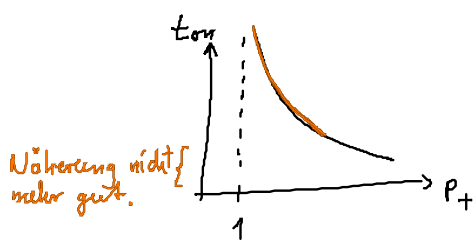
$$t_{on} \approx \frac{P_+ - P_-}{y(P_+ - 1)}$$



falls $(P_+ - 1)$ klein aber $P_+ > 1$ (knapp über der Schwelle)
 $P_- = 0$

$$t_{on} \approx \frac{1}{y} \frac{1}{P_+ - 1}$$

mit Dimension \rightarrow $t_{on}^D = T_1 \frac{1}{P_+ - 1}$ *



→ Bestimmung der Elektronen-
 Abmsdauer möglich

Bem.: Für komplexere Laser-
 gleichungen wird ein
 effektives T_1 gemessen.

Vorsicht: * ist eine Näherungslösung
 exakt wäre $F(yt) = 0$

Bem.: Relaxationsoszillationen liefern auch Werte für ω_{ph}, T_1

$$\omega_{RO} = \sqrt{y(P-1)} \quad \Rightarrow \quad \omega_{RO}^D = \frac{1}{T_{ph}} \omega_{RO} = \sqrt{\frac{1}{T_{ph} T_1} (P-1)}$$

$$\Gamma_{RO} = y \frac{P}{2} \quad \Rightarrow \quad \Gamma_{RO}^D = \frac{1}{T_{ph}} \Gamma_{RO} = \frac{P}{2 \cdot T_1}$$

5.5. Amplituden Phasen Kopplung

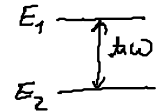
Halbleiterlaser

Gleichung für das elektrische Feld mit Dimensionen

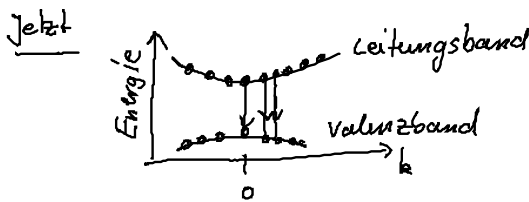
Bistabiles 2-Niveau System ; $\frac{d\tilde{E}}{dt} = \tilde{E} = \frac{1}{2} \underbrace{G \tilde{D}}_{g + \frac{1}{\tau_{ph}}} \tilde{E} - \frac{\tilde{E}}{2\tau_{ph}}$

↑
Gain G

Laserfrequenz ist fest:

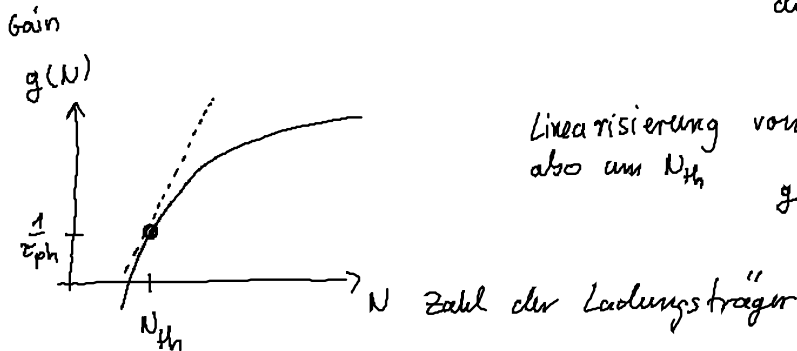


Im Halbleitermaterial



Laserfrequenz ω kann sich mit Ladungsträgerdichte n verschieben

- Verstärkung G ändert sich auch mit n



Linearisierung von $g(N)$ um die Schwelle, also um N_{th}

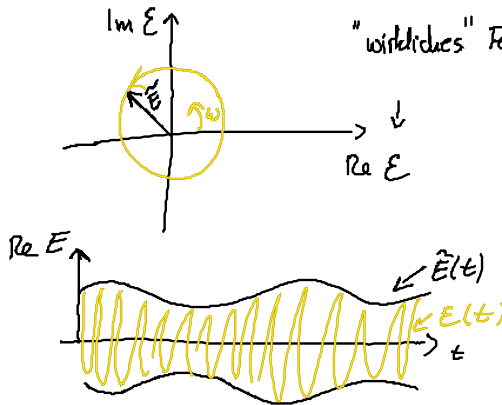
$$g(N) \approx \frac{1}{\tau_{ph}} + G_p(N - N_{th})$$

Linearisierte Feldgleichung für HL-Laser

rotating frame ändert sich mit N

$$\ddot{\tilde{E}} = \frac{1}{2} G_p (N - N_{th}) \tilde{E} - \frac{1}{2\tau_{ph}} \tilde{E} + \frac{1}{2\tau_{ph}} \tilde{E} - i(\omega(N) - \omega_{th}) \tilde{E}$$

Bem: Bisher wurde E immer im bewegtem Bezugssystem (rotating frame) betrachtet



$$E(t) = \tilde{E}(t) e^{i\omega t}$$

\uparrow Amplitude \uparrow optische Frequenz
 $\uparrow \omega = \omega_2 - \omega_1$

$$|\tilde{E}(t)|^2 = |E(t)|^2 = I$$

• Wieder Linearisierung \leftarrow rotating frame
 $\omega(N) = \omega_{th} + \omega_N (N - N_{th})$

$$\alpha = -2 \frac{\omega_N}{G_N} \left(= \frac{\partial \chi_e'}{\partial N} \right) \left(= \frac{\partial \chi_e''}{\partial N} \right)$$

\leftarrow Brechungsindex Änderung
 \leftarrow Gain Änderung

$$\Rightarrow \dot{\tilde{E}} = \frac{G_N}{2} (1 + i\alpha) n \tilde{E}$$

$$\tilde{n} = N - N_{th}$$

$$\dot{\tilde{n}} = \tilde{J} - \tilde{J}_{th} - \frac{\tilde{n}}{T_1} - \left(G_N \tilde{n} + \frac{1}{\tau_{ph}} \right) \tilde{E}^2$$

$\left[E = A(t) e^{i\phi(t) \cdot t} \right]$
 "im rotating frame" ω_{th} "langsame Rotation"

$$E = \sqrt{\frac{\tau_{ph} G_N}{2}} \tilde{E}; n = \frac{\tau_{ph} G_N \tilde{n}}{2}$$

$$g = \frac{\tau_{ph}}{T_1}$$

$$J = \frac{\tau_{ph} T_1 G_N}{2} (\tilde{J} - \tilde{J}_{th})$$

Dimensionslos:

Zeit $t = \frac{t_0}{\tau_{ph}}$

$$\dot{\tilde{E}} = (1 + i\alpha) n \tilde{E}$$

$$\dot{\tilde{n}} = g \left(J - n - (1 + 2n) \tilde{E}^2 \right)$$

• Gleichungen für Laser mit Amplituden-Phasen Kopplung α .

- Fixpunkte sind unverändert da Phase einfach frei rotiert.
wird wichtig mit Injektion oder Feedback.