WdH Lorentzmodell $\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 + i\Gamma_j \omega}$

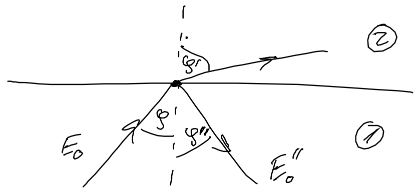
+ Metalle $\omega_1 \approx 0$ $\omega_{j\geq 2} > 0$ $\rightsquigarrow$ Drude-Modell

$\sigma = \lim_{\omega \to 0} \frac{\omega}{4\pi} \cdot \operatorname{Im} \varepsilon(\omega)$ "Leitfähigkeit" Divergenz von $\varepsilon(\omega)$ bei $\omega = 0$

Verschiebungsstrom $j = \sigma \cdot E$

+ Isolatoren keine Divergenz $\omega_j > 0 \; \forall j$

+



② $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2(\omega) \cdot \mu_2(\omega)}$

① $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1(\omega) \mu_1(\omega)}$

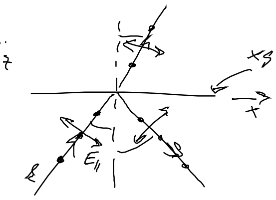
- Minimalforderung $\underline{k} \cdot \underline{r} \big|_{z=0} = \underline{k}' \cdot \underline{r} \big|_{z=0} = \underline{k}'' \cdot \underline{r} \big|_{z=0}$

$\Rightarrow$ Reflexionsgesetz $\varphi'' = \varphi$

Brechungsgesetz $\sin(\varphi) \cdot n_1 = \sin(\varphi') n_2$
Snellius

- aus MWG $\underline{n \cdot D}$, $n \cdot B$, $n \times E$, $\underline{n \times H}$ stetig
$\sigma_{ext} = 0$, $j_{ext} = 0$

$\Rightarrow ?_z$



xz-Ebene

Fresnel'sche Formeln

$n_i \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow E_{0\parallel}, E_{0\parallel}', E_{0\parallel}'' \in \mathbb{R}$

$$\frac{E_{0\parallel}'}{E_{0\parallel}} = \frac{2 n_1 \cdot \cos\varphi}{n_2 \cdot \cos\varphi + n_1 \cos\varphi'}$$

$$\frac{E_{0\parallel}''}{E_{0\parallel}} = \frac{n_2 \cdot \cos\varphi - n_1 \cdot \cos\varphi'}{n_2 \cos\varphi + n_1 \cdot \cos\varphi'}$$

kann verschwinden
Brewster Winkel

$$\frac{E_{0\perp}'}{E_{0\perp}} = \frac{2 n_1 \cdot \cos\varphi}{n_1 \cos\varphi + n_2 \cos\varphi'}$$

leicht anderes Verhalten

$$\frac{E_{0\perp}''}{E_{0\perp}} = \frac{n_1 \cos\varphi - n_2 \cos\varphi'}{n_1 \cos\varphi + n_2 \cos\varphi'}$$

transv. Polarisation

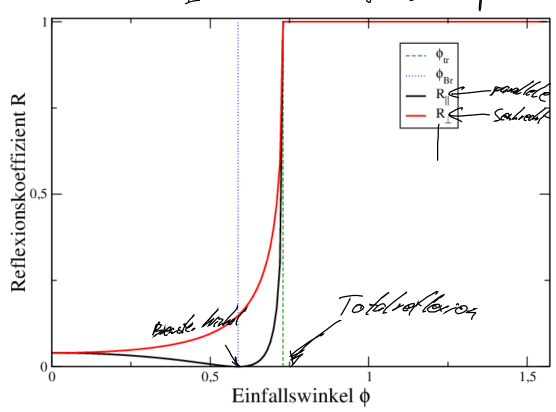
$$R_\perp = \left| \frac{E_{0\perp}''}{E_{0\perp}} \right|^2$$

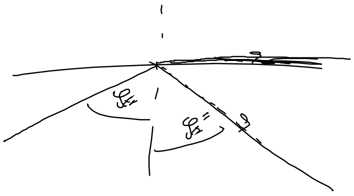
$$R_\parallel = \left| \frac{E_{0\parallel}''}{E_{0\parallel}} \right|^2$$

$\sin\varphi = \frac{n_2}{n_1} \cdot \sin\varphi' \leq \frac{n_2}{n_1}$

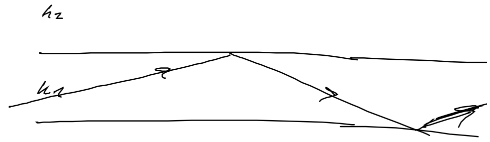
$\varphi_{tr} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

Totalreflexion $n_2 < n_1$





Glasfasern:



7.5. Lichtausbreitung in inhomog. Medien

$\varepsilon(\underline{r},\omega) \quad \mu(\underline{r},\omega) \longrightarrow n(\underline{r},\omega)$

Bsp $\nabla \cdot D = 4\pi\rho$ $\qquad \nabla(\varepsilon E) = \underbrace{(\nabla\cdot\varepsilon)}_{\approx 0}\cdot E + \underset{\varepsilon(r)}{\varepsilon}\cdot(\nabla\cdot E)$

Näherungsweise

$$\Big[\Delta + \frac{\omega^2}{c^2}\underbrace{\varepsilon(\underline{r},\omega)\mu(\underline{r},\omega)}_{n^2(r,\omega)}\Big]\underline{E}(\underline{r},\omega) = 0 \qquad \text{analog auch } B$$

Vernachlässige Vektorcharakter

skalare Fkt

$$\Big[\Delta + \frac{\omega^2}{c^2}n^2(r,\omega)\Big]\cdot \psi(r,\omega) \qquad \text{„Eikonal"} \qquad \omega = k_0\cdot c$$

$$\psi(r) := \Phi(r)\, e^{ik_0\cdot S(r)} \qquad \Phi(r)\in\mathbb{R},\; S(r)\in\mathbb{R}$$

falls $n \approx$ const $\quad S(r) = \frac{k\cdot r}{k_0} \qquad \Phi(r) = \Phi_0$

falls n leicht veränderlich $\quad \nabla S = \frac{k}{k_0} \qquad \nabla\Phi \approx 0$

$\nabla^2 S \approx 0$

$$\nabla\psi(r) = \underbrace{(\nabla\Phi(r))}_{\approx 0}e^{ik_0 S(r)} + \underbrace{\Phi(r)\,e^{ik_0 S(r)}}_{\psi(r)}\, ik_0(\nabla S(r))$$

$$\approx \psi(r)\cdot ik_0(\nabla S(r))$$

$$\nabla^2\psi(r) \approx (\nabla\psi(r))\cdot ik_0(\nabla S(r)) + \psi(r)\, ik_0\underbrace{(\Delta S(r))}_{\approx 0}$$

$$\approx -k_0^2\,\psi(r)\,(\nabla S(r))^2$$

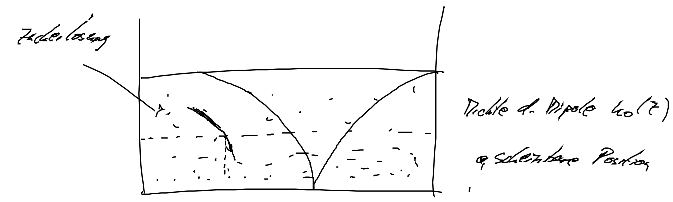
$$\Rightarrow \boxed{[\nabla S(r)]^2 = n^2(r) \qquad \text{Eikonalgleichung}}$$

$$\psi(r) \approx \Phi(r_0)\, e^{ik_0[S(r_0) + (r-r_0)\nabla S|_{r_0} + \ldots]} + \ldots$$

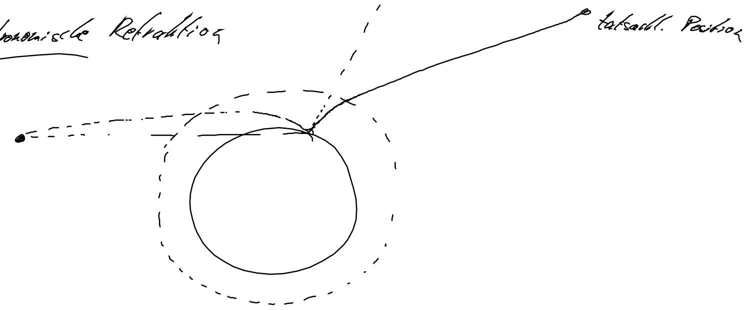
$$\approx \underbrace{[\Phi(r_0)\, e^{ik_0 S(r_0)}]}_{\in\mathbb{C}}\, e^{ik_0(\nabla S|_{r_0}\cdot(\underline{r}-\underline{r}_0))} \qquad \hat{=} \text{ ebener Welle}$$

$$e_k = \frac{\nabla S|_{r_0}}{n(r_0)} \rightsquigarrow e_k^2 = 1$$

Richtung hängt von r_0 ab $\rightarrow$ keine geradlinige Ausbreitung



astronomische Refraktion



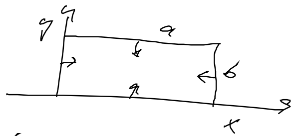
Huygens'sches Prinzip folgt auch Lösungsweise aus MG

8. Ausgewählte Themen der ED

8.1. Wellenausbreitung in Hohlleitern

8.1.1. Rechteckiger Hohlleiter

Rohr



Rohr sei ein Leiter $\longrightarrow$ $\underline{E}$ sei $\perp$ auf den Rand

Ansatz

$$E(r,t) = \begin{pmatrix} E_x(x,y) \\ E_y(x,y) \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k z - \omega t)}$$

Ausbreitung in z-Richtung

RB: $E_x(x,0) = E_x(x,b) = 0$

$E_y(0,y) = E_y(a,y) = 0$

innen: MWG im Vakuum $\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right)\underline{E} = 0$ analog B

jede Komp. $\left(\partial_x^2 + \partial_y^2 - k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right) E_{x/y}(x,y) = 0$

Sep.-Ansatz: $E_\alpha(x,y) = f_\alpha(x)\, g_\alpha(y)$

$g_x(0) = g_x(b) = f_y(0) = f_y(a) = 0$

$f_x'' g_x + f_x g_x'' - k^2 f_x g_x + \frac{\omega^2}{c^2} f_x g_x = 0$

$$\underbrace{\frac{f_x''}{f_x}}_{=\text{const}} + \underbrace{\frac{g_x''}{g_x}}_{\text{const}} = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}$$

$\rightarrow f_y(x) = \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot x}{a}\right) \quad g_x(y) = \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot y}{b}\right)$

$$\nabla\cdot E = 0 \rightsquigarrow \partial_x E_x(x,y) + \partial_y E_y(x,y) = 0$$

$$f_x'(x)\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot n\cdot y}{b}\right) + \sin\left(\frac{\pi\cdot m\cdot x}{a}\right)\cdot g_y'(y) = 0 \qquad \forall x,y$$

$m,n\in\{0,1,2,\ldots\}$

$$\rightarrow f_x'(x) = C\cdot\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \qquad g_y'(y) = -C\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot y}{b}\right)$$

$$f_x(x) = -\frac{a\cdot C}{\pi\cdot m}\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot m\cdot x}{a}\right) \qquad g_y(y) = \frac{b\cdot C}{\pi\cdot n}\cos\left(\frac{n\cdot\pi\cdot y}{b}\right)$$

$$E^{mn}(r,t) = \begin{pmatrix} - & \cos\left(\frac{\pi\cdot m X}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi\cdot n y}{b}\right) \\ + \frac{b\cdot m}{a\cdot n} & \sin\left(\frac{\pi\cdot m\cdot x}{a}\right)\cos\left(\frac{\pi\cdot n\cdot y}{b}\right) \\ & 0 \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)}$$

aus Wellengl.: $k^2 = k_{mn}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{m\cdot\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\cdot\pi}{b}\right)^2$

nur endlich viele $m\,n$ Moden können sich ausbreiten

$$\partial_t B = -i\omega\cdot B = -c\,\nabla\times E$$

$$B = -\frac{ic}{\omega}\nabla\times E$$

"TE"-Moden transversal elektrisch

prüfe MWG erfüllt

$$\nabla\times B - \frac{1}{c}\partial_t E = 0$$

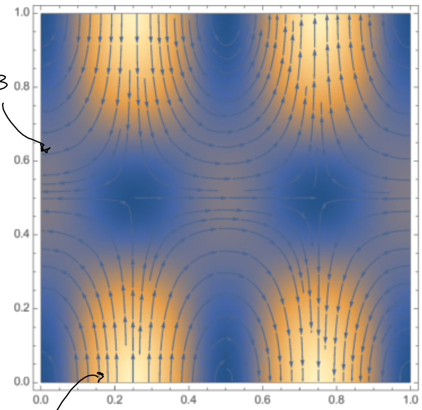
im Vakuum $B\perp E\perp k\perp B$

B ist nicht mehr rein transversal

$$\langle S\rangle = \left\langle \frac{c}{4\pi} E\times B\right\rangle = \frac{c}{4\pi}\cdot\frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left(E\times B^*\right)$$

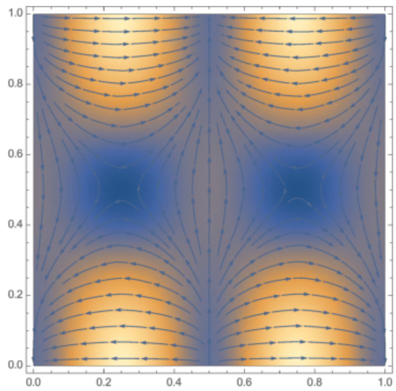
$m=2$

RB



RB

$n=1$



$E\perp B$

$E\perp k$ TE

$B \not\perp k$

$$E(r,t) = \sum_{m,n=0}^{\infty} C_{mn}\cdot E^{mn}$$

$$E_0(r) = E(r,t=0)$$