


8.6 Selbstaggregation in Zellen

8.6.1 Doppelschichtmembran

- SDS:  → Mizellen
- Phospholipide:  → Doppelschichtmembran
↳ Zellen, Organellen, Transport-Vesikel

- Wann? → Folie

- Biegesteifigkeit: chem. Ursprung (s. Folie)

→ Krümmungsenergie f pro Fläche?

(i) $a_{\text{head}} \rightarrow a_{\text{head}} + \Delta a$

→ Entwicklung: $f = \underbrace{\alpha_0'}_f + \underbrace{c_1 \Delta a + c_2 \Delta a^2}_{c_1=0, \text{ da } \Delta a=0 \hat{=} \text{ Minimum}} \rightarrow \frac{1}{2} \kappa \Delta a^2$ (8.24)

(ii) Δa ? Hauptkrümmungsradien R_1, R_2

„Strahlensatz“
 $d \ll R_i$ $\frac{a_{\text{head}}}{R_1 R_2} = \frac{a_{\text{head}} + \Delta a}{(R_1 + d)(R_2 + d)} \approx \frac{a_{\text{head}} + \Delta a}{R_1 R_2} \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right)$

$O\left(\frac{d}{R_1}, \frac{d}{R_2}\right)$ $\Delta a \approx 2 a_{\text{head}} d \frac{1}{R}$, $\frac{1}{R} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ (8.25)
... mittlere Krümmung

[Großes Krümmung: $\frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2}$]

⇒ Krümmungsenergie: (8.25) in (8.24)

(8.26) $\boxed{F = \frac{1}{2} \kappa \int \frac{1}{R^2} dA}$, $\kappa = 4 \kappa (a_{\text{head}} d)^2$... Biegekostete

... „Helfrid Hamiltonian“

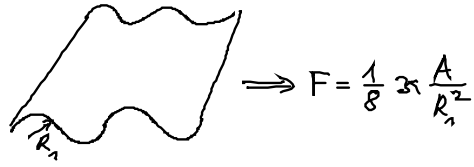
Abschätzung von α : $\frac{1}{2} \alpha \frac{1}{l_{\text{Teil}}^2} \equiv \Sigma = 0.05 \text{ J/m}^2$
 $l_{\text{Teil}} = 2 \text{ nm} \rightarrow \alpha \approx 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ ↑ Oberflächenspannung [Öl, Wasser]

gemessen: $\alpha = 2,4 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 60 k_B T$ für DMPC

Bsp: $F(\text{Kugel}) = 2\pi \alpha \approx 400 k_B T$ unabh. von R !

• Stabilität gegen therm. Fluktuationen:

glatte Membran: $A = 1000 \mu\text{m}^2$
 Wellen mit $R_1, R_2 = 0$



für $R_1 < 10 \mu\text{m} \rightarrow F > 60 k_B T$

dagegen: Zelldeformationen bei Kriechen: $F \approx 300 k_B T \approx 12 \text{ ATP-Moleküle}$
 ... biologisch sinnvoll

8.6.2 Proteinfaltung & Aggregation

9. Polymerelastizität & Kooperative Übergänge in Makromolekülen

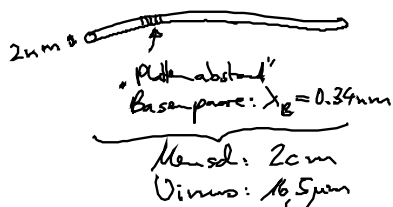
Spanns-Dehnungs-Kurve von DNS

Kooperatives Verhalten von Untereinheiten \rightarrow scharfe Übergänge zw. Zuständen

Bsp: allosterische Proteine

9.1 Polymerelastizität

• Ziel: Kontinuumsmechanische Beschreibung von DNA:



\triangleq langer, dünner elastischer Stab
 Länge $\lambda \gg \lambda_B \circ \circ$

3.1.1 Kontinuumsbeschreibung

"mikroskopische" Beschreibung

lokal wechselwirkende Bausteine
 $N \gg 1$, Ausdehnung λ_B (Atome, Moleküle)

$$\lambda \gg \lambda_B$$

Kontinuumsbeschreibung

wenige effektive Freiheitsgrade
 (Feldvariable)

" phänomenolog. Parameter

Gültigkeit: $\lambda \gg \lambda_B$

• Bsp: (i) Hydrodynamik, Navier-Stokes-Gl.:

$$v(r, t), \rho, \eta$$

(ii) Elastizitätstheorie: Verschiebungsfeld

$$u(r, t), \rho, \lambda, \mu$$

↳ Ingenieurwissenschaften

Schwingung, Kompression

(iii) Membran: $\frac{1}{R}, \kappa$

(iv) ideales Gas-Modell für Universum: Teilchen = Galaxien-Cluster

↔ Natur: Hierarchie von Längenskalen: ... Quarks, ..., Galaxien

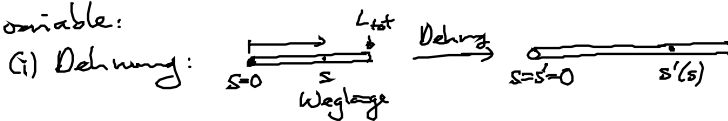
• Vorsicht: (i) nicht-identische Bauteile: Bsp: Protein, AS → Proteinfaltung

(ii) nicht-lokale WW Bsp: elektrisch

3.1.2 Langer, dünne elastischer Stab

• DNA, Garten-schlauch

• Feldvariable:



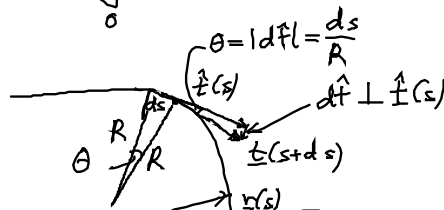
Verschiebung:

$$\Delta = s' - s \implies \boxed{u = \frac{d\Delta}{ds}} \quad (3.1)$$

... Dehnungsvariable, Skalar

Konturlänge: $\int_0^{L_1} ds (1 + u(s))$

(ii) Biegung:



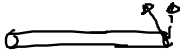
$$\hat{t}(s) = \frac{dr(s)}{ds}$$

Biegevariable: $\boxed{\beta(s) = \frac{d\phi}{ds}} \quad (3.2)$

(Vektor)

(1) $\beta \perp \hat{t}$, da $|\hat{t}| = 1$

(2) $|\beta| = \frac{1}{R} \phi$

(ii) Verdrehung:  A horizontal rod is shown with a coordinate system at its right end. The rod is represented by a horizontal line with a small circle at the left end. At the right end, there is a vertical axis labeled 'z' pointing upwards and a horizontal axis pointing to the right.

Verdrehungsdichte: $\omega(s) = \frac{d\phi}{ds}$ (9.3)

Pseudoskalar! ($\omega \rightarrow -\omega$, bei Inversion/Spiegelg)